

控制系统一种降阶优化调节模式

薛 恩 雄

(计算机科学(电脑)系)

摘 要

本文从补偿与优化控制的概念出发,分析控制系统校正器起关键性的部分是低中频特性曲线段,因此可能将一个复杂的优化模式降阶得到一个降阶的优化模式,为开发微型计算机数字化控制探索新途径.

一、概 述

当前生产过程控制系统一般采用PID(比例积分微分)调节模式,在机电系统中则常采用频率校正、根轨迹校正的方法,其校正函数主要是一些迟后/超前或超前/迟后的组合函数.随着控制技术的发展,微型机应用的日益普及化,引起对复杂过程模型的深入研究,其描述过程特性的数学模型愈来愈复杂,模型阶愈来愈多.以前关于模式简化的方法已研究得比较多,如连分式降阶方法^[1]、多点频率拟合方法^[2]、时间响应拟合方法^[3]以极Pade方法^[4]、M. Lat 与 Rimitars 阵列计算方法^[5]等.但是分析后作者认识到很少研究直接从控制系统的品质要求出发来设计降阶调节模式,无需事先简化对象模型,本方法对开发微型机控制系统的应用会有一定作用.

二、基 本 原 理

一个控制系统的特性,由其闭环传递函数所确定.对于一个具体系统,其控制要求一般都是在系统设计之前就规定,如调节余差、超调量、调节时间.控制工程的研究早已得出如下的结果,如果在系统的闭环传递函数中,有一对起主要作用的共轭复数极点,这对极点最靠近 S 复平面的虚轴,其它极点远离 S 复平面的虚轴则这个系统在扰动产生后的一段很小

本文1987年6月11日收到.

的调节时间内, 远离虚轴的极点所产生的作用会很快就消失, 正因为这样, 我们可以假设系统闭环传递函数为

$$W(s) = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \cdot \frac{1}{F(s)} = \frac{W^*(s)}{F(s)} \quad (1)$$

其中

$$F(s) = \prod_{i=1}^n (a_i s + 1) \quad a_i \ll -1 - \frac{a_1}{2a_2} \quad (2a)$$

$$W^*(s) = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (2b)$$

a_2 与 a_1 由系统的调节品质规定。由于闭环系统 $W(s)$ 与开环系统传递函数 $M(s)$ 具有如下关系

$$W(s) = \frac{M(s)}{1 + M(s)} \quad (3)$$

其中 $M(s)$ 包括校正部分的特性 $D(s)$ 与广义对象的特性 $G(s)$ 关系为 $M(s) = D(s)G(s)$ 。为简便起见, 可以假设 $W(s) \approx W^*(s)$, 形式上求出 $D(s)$ 的解

$$\begin{aligned} D(s) &= \frac{W(s)}{G(s)[1 - W(s)]} \\ &\approx \frac{W^*(s)}{G(s)[1 - W^*(s)]} \end{aligned} \quad (4)$$

通常 $G(s)$ 为一个有理多项式, 记为

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{c_n s^n + c_{n-1} s^{n-1} + \cdots + c_1 s + 1}, \quad n > m \quad (5)$$

式(5)与式(2b)代入式(4)得到

$$\begin{aligned} D(s) &= \frac{c_m s^n + c_{m-1} s^{n-1} + \cdots + c_1 s + 1}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0} \cdot \frac{1}{(a_2 s + a_1)s} \\ &\approx \frac{P(s)}{Q(s)} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \hat{D}(s) \cdot \frac{1}{s} \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\hat{D}(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$ 是 $\frac{c_m s^n + c_{m-1} s^{n-1} + \cdots + c_1 s + 1}{(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0)(a_2 s + a_1)}$ 的降阶简化式。可见

控制系统的校正函数是由一个积分器和一个降阶模型所构成。这里有两个问题, 一个是 $W^*(s)$ 中的系数 a_2 与 a_1 如何设定; 另一个是如何获得降阶模式 $\hat{D}(s)$ 。

三、 $W(s)$ 与 $W^*(s)$ 模式参数的确定

$W^*(s)$ 表示一个典型二阶具有振荡过程的系统特性, 一般记为

$$W^*(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}$$

其中

$$a_2 = -\frac{1}{\omega_n^2} \quad (8a)$$

$$a_1 = -\frac{2\xi}{\omega_n} \quad (8b)$$

ξ 为系统的衰减系数、 ω_n 为系统的振荡频率, 根据控制误差 e 平方积分值最小的原则, 即 $J = \int_0^\infty e^2(t) dt \rightarrow \min$, ξ 应选 0.707^[6], 而根据 $J = \int_0^\infty |e| dt \rightarrow \min$ 的原则 $\xi = 0.957$ ^[7], 二阶系统 ξ 、 ω_n 同调节时间 t_s 、超调量 σ , 具有如下的确定关系

$$\sigma = 100e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} (\%) \quad (9a)$$

$$t_s = \frac{2.30}{\xi\omega_n} (2 - \log_{10}\delta) \quad (9b)$$

式中 δ 为系统响应达到终值允许的范围 (一般取 $\delta = 2-5\%$)。因此对于典型的二阶系统 $W^*(s)$ 原则上是可以确定。但是很少文献涉及非二阶系统 $W(s)$ 的选择。作者认为 $W(s)$ 的选择应该同 $\hat{D}(s)$ 的选择一起考虑。 $W(s)$ 除了包含 $W^*(s)$ 的因素以外, 还包含有远离 S 复平面虚轴的极点。

根据

$$\begin{aligned} W(s) &= W^*(s) \frac{1}{F(s)} = \frac{1}{a_2^2 s + a_1 s + 1} \cdot \frac{1}{(\alpha_1 s + 1)(\alpha_2 s + 1) \cdots (\alpha_n s + 1)} \\ &= \frac{A_1 s + A_0}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} + \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{\alpha_i s + 1} \end{aligned}$$

其中

$$b_i = \frac{\alpha_i^2}{a_2 - a_1 \alpha_i + \alpha_i^2} \prod_{j=1, j \neq i}^n \frac{\alpha_j}{\alpha_j - \alpha_i}$$

且知 $F(s)$ 的任一个特征根 $s_i = -(1/\alpha_i)$ 的时间响应函数为 $b_i e^{-(t/\alpha_i)}$ 设计上可以安排 $F(s)$ 的根在 $t\beta$ 的时间内衰减至很小的一个数 $\varepsilon \ll 1$, $t\beta$ 取 βT_s , T_s 为 ω_n 的对应周期, 而且

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_s}, \text{ 故有}$$

$$t\beta = \beta T_s = \beta \frac{2\pi}{\omega_n}$$

因此有

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha_i^2}{a_2 - a_1 \alpha_i + \alpha_i^2} \prod_{j=1, j \neq i}^n \frac{\alpha_j}{\alpha_j - \alpha_i} \right) e^{-(t\beta/\alpha_i)} = \varepsilon \quad (10)$$

式(10)就是设计系统时, $F(s)$ 函数的极点匹配必须遵守的一般性原则。假如 $F(s)$ 的极点满足式(10)闭环控制系统的传递函数就可以看作是一个准二阶系统。

四、 $D(s)$ 的 简 化

$D(s)$ 包含 $\hat{D}(s)$ 与 $1/s$ 两部分, $\hat{D}(s)$ 为 $P(s)/Q(s)$ ($a_2s + a_1$) 的降阶简化模型, 其降阶简化前的模型为

$$\hat{D}(s) = \frac{c_n s^n + c_{n-1} s^{n-1} + \cdots + c_1 s + 1}{d_{m+1} s^{m+1} + d_m s^m + \cdots + d_1 s + d_0} \quad (11)$$

式中

$$d_{m+1} = a_2 b_m, \quad d_0 = a_1 b_0$$

$$d_i = a_2 b_{j-1} + a_1 b_i \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

对一般工业控制对象 $n > m$, 即 n 可记成 $n = m + p$, $p \geq 1$, 因此化简 $\hat{D}(s)$ 时按以下步骤进行

1. $\hat{D}(s)$ 转化成一个有理函数式, 转化后的模式记为

$$\hat{D}(s) = \hat{D}_0(s) + \bar{D}(s) \quad (12)$$

式中 $\hat{D}_0(s)$ 为 s 的 $(\nu+1)$ 阶多项式, $\bar{D}(s)$ 为一个 $(m-1)/m$ 阶的有理分式. $\bar{D}(s)$ 的原型为

$$\bar{D}(s) = \frac{\eta_{2,0} + \eta_{2,1}s + \eta_{2,2}s^2 + \cdots + \eta_{2,m-1}s^{m-1}}{\eta_{1,0} + \eta_{1,1}s + \eta_{1,2}s^2 + \cdots + \eta_{1,m}s^m} \quad (12)$$

2. 按如下顺序求 $\bar{D}(s)$ 的截尾连分式:

(1) 计算系数阵列表:

将式(13)排列成一个阵列表, 如表 1 所示.

表 1

原始系数		计 算 系 数			
$\eta_{1,0}$	$\eta_{2,0}$	$\eta_{3,0}$	$\eta_{4,0}$	\cdots	$\eta_{k,0}$
$\eta_{1,1}$	$\eta_{2,1}$	$\eta_{3,1}$	$\eta_{4,1}$	\cdots	$\eta_{k,1}$
$\eta_{1,2}$	$\eta_{2,2}$	$\eta_{3,2}$	$\eta_{4,2}$	\cdots	$\eta_{k,2}$
$\eta_{1,3}$	$\eta_{2,3}$	$\eta_{3,3}$	$\eta_{4,3}$	\cdots	$\eta_{k,3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\cdots	\vdots
$\eta_{1,m-1}$	$\eta_{2,m-1}$	$\eta_{3,m-1}$	$\eta_{4,m-1}$	\cdots	$\eta_{k,m-1}$
$\eta_{1,m}$	$\eta_{2,m}$	$\eta_{3,m}$	$\eta_{4,m}$	\cdots	$\eta_{k,m}$

计算系数符合如下递推关系, 按 $i \geq 3$
 $j = 0, 1, \cdots$

$$\eta_{i,j} = \eta_{i-2,j+1} - \eta_{i-2,1} \eta_{i-1,j+1} \eta_{i-1,1}^{-1} \quad (14)$$

(2) 计算连分式系数:

$$\phi_i(s) = \frac{\eta_{i,0}}{\eta_{i+1}} \quad i \geq 0 \quad (15)$$

(3) 构成连分式:

$$\bar{D}(s) = 1 \div (\phi_1 + 1 \div (\frac{\phi_2}{s} + 1 \div (\phi_3 + 1 \div (\frac{\phi_4}{s} + \cdots + 1 \div (\underbrace{\frac{\phi_m}{s}}_{m \text{重}}) \cdots))) \quad (16)$$

例如原式 $\bar{D}(s)$ 为^[8]

$$\bar{D}(s) = \frac{406 + 175s + 21s + s^3}{1511 + 1353s + 381s^2 + 45s^3 + s^4}$$

若截取连分式四个项系数的化简式

$$\begin{aligned} \bar{D}(s) &= 1 \div (\phi_1 + 1 \div (\frac{\phi_2}{s} + 1 \div (\phi_3 + 1 \div \frac{\phi_4}{s}))) \\ &\approx 1 \div (3.69 + 1 \div (\frac{0.53}{s} + 1 \div (-218.36 + 1 \div (\frac{-0.031}{s})))) \\ &\approx \frac{0.499s + 3588}{s^2 + 8.16s + 13.40} \triangleq D^*(s) \end{aligned} \quad (17)$$

因此, 校正函数为

$$D(s) = \frac{1}{s} [\hat{D}_0(s) + D^*(s)] \quad (18)$$

$D^*(s)$ 为截尾后有理分式, 对上例原式 $D(s)$ 有如式(17), 根据具体截取情况得到。

五、后 话

本文仅是阶段性成果, 尚未微电脑模拟。它只是提供一种方法作参考, $D(s)$ 的简化等是需要而不是贡献。

感谢王永初教授对本文写作过程给予的指导与支持。

参 考 文 献

- [1] 李岳生、黄安谦, 数值逼近, 人民教育出版社, (1978)。
- [2] Shieh, L.S., A Method for Modelling Transfer Function Using Dominant Frequency-Response Data its Applications, Int.J.Syst Sci, 10, 2(1979)。
- [3] 王永初, 数字模式与模拟模式的拟合, 自动化与仪器仪表, 3, 4(1984)。
- [4] Gerge, A.B., Essentials of Pade Approximats, Aca mic press, (1975)。
- [5] Hutton, M.F. and Friedland, M. Routh Approximats for Reducing Order of Lnear-Trme Invaricant Systems IEEE, TranS.A-C 20, 4 (1975)。
- [6] 结方胜彦著, 芦伯英等译, 现代控制工程, 科学出版社, (1980)。
- [7] 王永初, 自动调节系统工程设计, 机械工业出版社, (1983)。
- [8] 王永初, 解耦控制系统, 四川科学技术出版社, (1985)。

A Reduced Order Optimizing Mode of Control System

Xue Enxiong

Abstract

Based on the concept of compensation and optimizing control, this paper analyses the frequency characteristic curve of control system of which the lower and middle frequencies segments are the key segments.

Thus it is possible to get reduced order optimizing mode by making a complex optimizing mode reducing order, so as to seek a new way for the development of microcomputer digital control.