

# 关于挤压应力“假定计算”问题的讨论

朱炳文

(精密机械工程系)

摘 要

在圆钉与圆孔的挤压应力“假定计算”中,曾认为:以挤压力除以圆孔或圆钉的直径平面的面积所得的挤压应力与理论分析的最大应力大致相等.本文通过仔细分析说明上列看法是矛盾的;并指出:挤压应力沿直径平面均匀分布与挤压应力沿半圆柱面均匀分布的假设在本质上是相同的.

## 一、引 言

在接触面为半圆柱面的挤压应力“假定计算”中,现行一些材料力学教材中指出:理论分析的结果表明,在接触面上,板与钉之间挤压应力的分布情况如图1所示.最大应力发生于半圆柱形接触面的中点.但若以圆孔或圆钉的直径平面面积[图2(b)中所示阴影线的面积] $A_{jy} = td$ 除挤压力,则所得应力与理论分析所得最大应力大致相等<sup>[1-4]</sup>.对于这种说明,这里提出商榷.

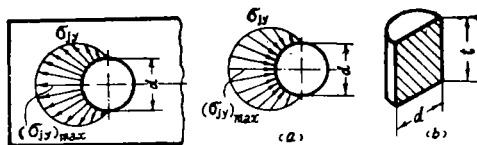


图1 最大挤压应力发生在半圆柱形接触面的中点处

图2 圆钉的挤压应力分布情况和直径平面的面积计算

本文1987年3月27日收到.

## 二、论 证

1. 以挤压力 $P$ 除以圆孔或圆钉的直径平面面积 $A_{jy} = td$ 的挤压应力 $\sigma_{jy}$ 的计算公式

$$\sigma_{jy} = \frac{P}{td}$$

仍是假定挤压应力沿半圆柱面均匀分布(图3)的前提下得到的必然结果。证明如下:

根据图4所示连接件的平衡条件

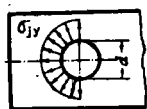


图3 假定挤压应力沿圆孔与圆钉的半圆柱面均匀分布

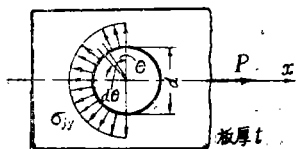


图4 连接件的受力分析

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \text{得到} \quad \int_0^\pi \sigma_{jy} \times \frac{d}{2} t \sin \theta d\theta &= P \\ \sigma_{jy} \times \frac{d}{2} t \int_0^\pi \sin \theta d\theta &= P \\ \sigma_{jy} \times \frac{dt}{2} \times 2 &= P \end{aligned}$$

$$\text{所以} \quad \sigma_{jy} = \frac{P}{dt}$$

2. 如果采用挤压应力为非均匀分布的假设, 则其最大挤压应力 $(\sigma_{jy})_{\max}$ 必大于均匀分布的挤压应力 $\sigma_{jy}$ 。

设斜面的微面积为 $dA$ (图5), 其上受有压强为 $p$ 的均匀正应力, 则该面积上的总压力 $dP$ 在某一 $X$ 轴上的投影 $dP_x$ 等于该均布压强 $p$ 乘以 $dA$ 在垂直于 $X$ 轴面上的投影面积 $dA_1$ , 即

$$dP_x = dP \cos \theta = p dA \cos \theta = p (dA \cos \theta) = p dA_1$$

这样, 图6中沿半圆柱面上的均布挤压应力合成后的总挤压力必与该均布挤压应力 $\sigma_{jy}$ 作用在直径平面面积 $A_{jy} = dt$ 上合成的总挤压力之值相等(如图6中的实线和虚线所示)。

明显地, 如果半圆柱面上的挤压应力为非均匀分布时(图7), 只要在直径平面上作用相应的挤压应力, 上述结论依然成立。

通过图6和图7两种受力情况的比较, 可以清楚地看出, 在相同的挤压面积下, 当挤压力之值相等时, 均匀分布的挤压应力 $\sigma_{jy}$ 与非均匀分布的挤压应力的最大值 $(\sigma_{jy})_{\max}$ 是不会相等的, 且后者的数值必大于前者。

3. 若挤压应力沿直径面以正弦曲线规律分布时, 可以算得:

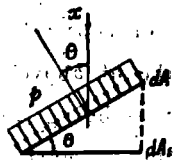


图5 斜面上总压力在 $x$ 轴上的投影等于压强 $p$ 乘以该斜面在垂直于 $x$ 轴面上的投影面积

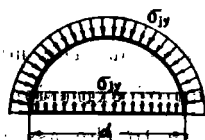


图6 均匀分布时半圆柱面上的挤压应力与直径面上挤压应力的对应关系

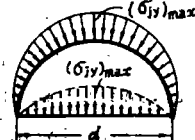


图7 非均匀分布时半圆柱面上的挤压应力与直径面上挤压应力的对应关系

$(\sigma_{jy})_{\max} / \sigma_{jy} = 1.57$ ; 又若挤压应力沿半圆柱面的径向分布规律为  $\sigma_{jy} = (2P/\pi) \times (\cos\theta/r)$  时 (式中  $P$  为板单位厚度上的挤压力,  $r$  为圆孔半径,  $\theta$  以最大挤压应力点起算), 可以算得:  $(\sigma_{jy})_{\max} / \sigma_{jy} = 4/\pi = 1.273$ , 其最大挤压应力亦高出平均值的 27.3%。两者亦不相近。

### 三、结 论

笔者认为, 关于接触面为半圆柱面的情形, 挤压应力的计算公式:  $\sigma_{jy} = P/dt$  仍是采用挤压应力沿挤压面均匀分布的假设。其所以采用这样的假设, 原因仍在于挤压应力分布情况比较复杂, 为了实用和简化计算的目的而采取的“假定计算”。这样也与剪切件的剪应力沿剪切面均匀分布的“假定计算”方法相一致。至于它们与实际间的误差仍通过类似构件的实验所得到的极限载荷, 并采用同样的简化方法而得到的极限强度, 进而确定材料的许用应力来解决。

### 参 考 文 献

- [1] 刘鸿文主编, 材料力学(第二版), 高等教育出版社, (1983), 81.
- [2] 孙训方、方孝淑、陆耀洪编, 材料力学, 人民教育出版社, (1982), 71.
- [3] 孙训方、方孝淑、关来泰编, 材料力学, 人民教育出版社, (1979), 76.
- [4] 北京钢铁学院、东北工学院, 工程力学, 人民教育出版社, (1982), 69—70.
- [5] 上海交通大学力学教研室编, 工程力学, 上海人民教育出版社, (1976).
- [6] Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., Theory of Elasticity, Third Edition, 136—138.

## Discussion on "Assumed Calculation" of Extrusion Stress

Zhu Bingwen

### Abstract

Previously, in "assumed calculation" of extrusion stress of round-head rivet and round hole, it was considered that maximum non-uniform extrusion stress equals approximately to the value obtained from dividing extrusion force by area of diametral plane of round-head rivet or round hole.

This paper points out the mistake of above-mentioned view, and it concludes that the assumption of extrusion stress being uniform along diametral plane is equivalent in nature to the assumption of extrusion stress being uniform along semi-cylindrical surface.