第9卷 第1期 华侨大学学报自然科学版 Vol. 9 No. 1
JOURNAL OF HUACHIAO UNIVERSITY
1988年2月 (NATURAL SCIENCE) Feb. 1988

二项抽样模型下$r/N(G)$系统可靠性增长的Bayes估计

吴 绍 敏

（应用数学系）

摘 要

本文介绍在二项抽样模型下，部件可靠概率R带有验前Beta分布、验前负对数Gamma分布及其特殊情况验前$U(0.1)$分布和无信息验前分布，对$r/N(G)$系统的可靠性增长作出Bayes估计，主要结果有定理2、3、4．

一、引 言

系统可靠性的Beyes估计依赖部件的可靠性．参数的验前分布系统结构．本文讨论相同部件的$r/N(G)$系统，为改善系统的可靠性，部件按二项抽样模型进行测试，每次测试后，对部件可靠性进行改进．

设部件分m个阶段测试，第i阶段投入n_i个部件测试，结果有s_i个成功F_i个失效，R_i为第i个阶段测试部件的可靠度．设每个阶段测试的结果相互独立，每次测试后对部件的可靠性加以收善，于是伴随测试阶段的进展，要求

$$0<R_1<R_2<\cdots<R_m<1 \qquad (1)$$

相同部件组成的$r/N(G)$系统，在部件可靠度为R时，其可靠度R_s[1]为

$$R_s=\sum_{j=r}^{N}\binom{j}{N}R^j(1-R)^{N-j} \qquad (2)$$

第i阶段的R_{si}为

$$R_{si}=\sum_{j=r}^{N}\binom{j}{N}R_i^j(1-R_i)^{N-j} \qquad (i=1,m) \qquad (3)$$

本文1987年1月7日收到．

目的是应用测试后获得的客观信息结合以前累积的主观信息，对R_{sm}进行Bayes估计。记

$$S=(s_1,s_2,\cdots s_m),\quad F=(F_1,F_2,\cdots F_m),\quad R=(R_1,R_2,\cdots R_m)$$

$$D_m=\{R:0<R_1<R_2<\cdots R_m<1\}$$

S的联合分布为

$$L(S|R)=\prod_{i=1}^{m}\binom{s_i}{h_i}R_i^{s_i}(1-R_i)^{n_i-F_i} \tag{4}$$

二、R_m和F_m的Bayes计估

1. Beta 验前分布

定理1[2]　假设

（1）式（1）成立；

（2）R_i的验前分布为Beta分布

$$\pi(R_i)=[B(a_i,b_i)]^{-1}R_i^{a_i-1}(1-R_i)^{b_i-1}.\qquad a_i、b_i\text{为正整数}.\ 0<R_i<1,$$

$i=1,m$则联合验后分布为

$$g(R|S)=\frac{1}{W_m}\left\{\prod_{i=1}^{m}R_i^{s_i+a_i-1}(1-R_i)^{n_i-F_i+b_i-1}\right\}$$

$$W_m=\int_0^1 R_m^{s_m+a_m-1}(1-R_m)^{n_m-F_m+b_m-1}dR_m\int_0^{R_m}R_{m-1}^{s_{m-1}+a_{m-1}-1}$$

$$(1-R_{m-1})^{n_{m-1}-F_{m-1}+b_{m-1}-1}dR_{m-1}\cdots\int_0^{R_2}R_1^{s_1+a_1-1}(1-R_1)^{n_1-F_1+b_1-1}dR_1.$$

R_m的验后分布为

$$g(R_m|s)=\frac{1}{W_m}\left\{\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\sum_{h_2=u_2+h_1}^{g_2}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,h_2,\cdots,h_{m-1})\right.$$

$$\left.B(R_m|u_m+h_{m-1},\ g_m+v_m-h_{m-1})\right\} \tag{5}$$

在二次损失下R_m的Bayes估计

$$\hat{R}_m=\frac{1}{W_m}\left\{\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\sum_{h_2=u_2+h_1}^{g_2}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,h_2,\cdots h_{m-1})\right.$$

$$\left.\binom{u_m+h_{m-1}}{u_m+v_m+g_m}\right\} \tag{6}$$

其中符号与标号如式（7）

$$\begin{cases}u_i=s_i+a_i,\ v_i=n_i-F_i+b_i,\ g_i=u_i+v_i+g_{i-1}-1,\ g_0=0,\ i=1,m\\ C_{hi}=\binom{h_i}{g_i}B(u_{i+1}+h_i,\ g_i+v_{i+1}-h_i),\ i=1,m-1\\ W(h_1,h_2,\cdots,h_{m-1})=\prod_{i=1}^{m-1}C_{hi},\quad W_m=\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,\cdots,h_{m-1})\end{cases} \tag{7}$$

在二次损失下，应用定理1可得R_{sm}的Bayes估计。第一种方法就是从式(6)解得的$\hat{R}_m$代入式(3)得

$$\hat{R}_{sm}=\sum_{j=r}^{N}\binom{j}{N}\hat{R}_m^j(1-\hat{R}_m)^{N-j} \tag{8}$$

另一种方法就是直接计算$\hat{R}_{sm}$。

定理2　定理1条件成立，在二次损失下，R_{sm}的Bayes估计为

$$\hat{R}_{sm}=\frac{1}{W_m}\left\{\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,h_2,\cdots,h_{m-1})\right.$$
$$\left.\sum_{j=r}^{N}\binom{i}{N}\frac{B(j+u_m+h_{m-1},\ N-j+g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}{B(u_m+h_{m-1},\ g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}\right\} \tag{6}$$

当$r=N$时，得串联系统的R_{sm}估计

$$\hat{R}_{sm}=\frac{1}{W_m}\left\{\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,h_2,\cdots,h_{m-1})\right.$$
$$\left.\frac{B(N+u_m+h_{m-1},\ g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}{B(u_m+h_{m-1},\ g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}\right\} \tag{10}$$

当$r=1$时，得并联系统的R_{sm}估计

$$\hat{R}_{sm}=\frac{1}{W_m}\left\{\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,h_2,\cdots,h_{m-1})\right.$$
$$\left.\sum_{j=1}^{N}\binom{i}{N}\frac{B(j+u_m+h_{m-1},\ N-j+g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}{B(u_m+h_{m-1},\ g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}\right\} \tag{11}$$

其中符号与标号同式(7)，在式(7)中令$a_i=1$，$b_i=1$($i=1$，m)，上述所有的估计公式都变为$U(0,1)$验前分布的公式。

证　利用式(5)得

$$\hat{R}_{sm}=E(R_{sm}|s)=\int_0^1 R_{sm}g(R_m|s)\,dR_m$$
$$=\frac{1}{W_m}\left\{\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,h_2,\cdots,h_{m-1})\right.$$
$$\left.\sum_{j=r}^{N}\binom{j}{N}\int_0^1 R_m^j(1-R_m)^{N-j}B(R_m|u_m+h_{m-1},\ g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})\,dR_m\right\}$$
$$=\frac{1}{W_m}\left\{\sum_{h_1=u_1}^{g_1}\cdots\sum_{h_{m-1}=u_m+h_{m-2}}^{g_{m-1}}W(h_1,h_2,\cdots,h_{m-1})\right.$$
$$\left.\sum_{j=r}^{N}\binom{j}{N}\frac{B(j+u_m+h_{m-1},\ N-j+g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}{B(u_m+h_{m-1},\ g_{m-1}+\nu_m-h_{m-1})}\right\}$$

证毕

2. 负对数Gamma验前分布

定理 3 假设

（1） 式（1）成立

（2） $\pi(R_i)=\frac{\beta_i^{\alpha_i}}{\Gamma(\alpha_i)}(-\ln R_i)^{\alpha_i-1}R_i^{\beta_i-1}\triangleq L\Gamma(R_i|\alpha_i,\beta_i)$，$\beta_i>0$，$\alpha_i$为正整数，$0<R_i<1$，$i=1,m$。

则$s=(s_1,s_2,\cdots s_m)$的联合验后分布为

$$g(R|s)=\frac{\prod_{i=1}^{m}R_i^{s_i+\beta_i-1}(-\ln R_i)^{\alpha_i-1}(1-R_i)^{n_i-F_i}}{\int_{D_m}\prod_{i=1}^{m}R_i^{s_i+\beta_i}(-\ln R_i)^{\alpha_i+1}(1-R_i)^{n_i-F_i}dR}\tag{12}$$

R_m的验后分布为

$$g(R_m|s)=\frac{1}{W_m}\Big\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{\alpha_1-1}\cdots\sum_{k_{m-1}=0}^{v_{m-1}}\sum_{j_{m-1}=0}^{\alpha_{(m-1)}-1}W(k_1j_1\cdots k_{m-1}j_{m-1})\sum_{k_m=0}^{v_m}\binom{k_m}{v_m}(-1)^{k_m}g_{(m)}^{-\alpha(m)}L\Gamma(R_m|\alpha_{(m)},g_{(m)})\Big\}\tag{13}$$

在二次损失下R_m的Bayes估计

$$\hat{R}_m=\frac{1}{W_m}\Big\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{k_1=0}^{\alpha_1-1}\cdots\sum_{k_{m-1}=0}^{v_{m-1}}\sum_{j_m=0}^{\alpha_{(m-1)}-1}W(k_1j_1\cdots k_{m-1}j_{m-1})\sum_{k_m=0}^{v_m}\binom{k_m}{v_m}(-1)^{k_m}(g_{(m)}+1)^{-\alpha(m)}\Big\}\tag{14}$$

其中符号与标号如下

$$\begin{cases}u_i=\beta_i+s_i,\quad v_i=n_i-F_i,\quad g_{(1)}=g_1=u_1+k_1,\quad g_{(i)}=g_{(i-1)}+u_i+k_i\quad(i=1,m)\\ \alpha_{\omega}=\alpha_1,\quad \alpha_{(i)}=\alpha_{(i-1)}+j_{i-1},\quad Ck_ij_i=\binom{k_i}{v_i}(-1)^{k_i}g_{(i)}^{j_i-\alpha(i)}\\ \qquad\Gamma(\alpha_{(i+1)})[\Gamma(j_i+1)]^{-1}\\ W(k_1j_1\cdots k_{m-1}j_{m-1})=\prod_{i=1}^{m-1}Ck_ij_i\\ W_m=\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{\alpha_1-1}\cdots\sum_{k_{m-1}=0}^{v_{(m-1)}}\sum_{j_{m-1}=0}^{\alpha_{(m-1)}-1}W(k_1j_1\cdots k_{m-1}j_{m-1})\\ \qquad\sum_{k_m=0}^{v_m}\binom{k_m}{v_m}(-1)^{\alpha_m}g_{(m)}^{-\alpha(m)}\end{cases}\tag{15}$$

证 先证$m=3$的情形，重复应用二项展式$(1-x)=\sum_{k=0}^{b-1}(-1)^kx^k$，变换$y=-g\ln R$

及不完全Gamma函数与poisson分布积累项恒等式 $\int_x^{+\infty} u^{z-1}e^{-u}dv=\Gamma(z)\sum_{j=0}^{z-1}\frac{x^j}{j!}e^{-x}$，即可完成证明。

由式（12）得 $R=(R_1R_2R_3)$ 的验后分布

$$g(R|s)=\frac{R_3^{s_3+\beta_3-1}(-\ln R_3)^{\alpha_3-1}(1-R_3)^{n_3-F_3}R_2^{s_2+\beta_2-1}(-\ln R_2)^{\alpha_2-1}(1-R_2)^{n_2-F_2}}{\int_0^1 R_3^{s_3+\beta_3-1}(-\ln R_3)^{\beta_3-1}(1-R_3)^{n_3-F_3}dR_3\int_0^{R_3}R_2^{s_2+\beta_2-1}(-\ln R_2)^{\alpha_2-1}}$$

$$\times\frac{R_1^{s_1+\beta_1-1}(-\ln R_1)^{\alpha_1-1}(1-R_1)^{n_1-F_1}}{(1-R_2)^{n_2-F_2}dR_2\int_0^{R_2}R_1^{s_1+\beta_1-1}(-\ln R_1)^{\alpha_1-1}(1-R_1)^{n_1-F_1}dR_1}$$

$$g(R_3|s)=\frac{1}{W_3}\left\{(-\ln R_3)^{\alpha_3-1}R_3^{s_3+\beta_3-1}(1-R_3)^{n_3-F_3}\int_0^{R_3}(-\ln R_2)^{\alpha_2-1}\right.$$

$$\left.R_2^{s_2+\beta_2-1}(1-R_2)^{n_2-F_2}dR_2\int_0^{R_2}(-\ln R_1)^{\alpha_1-1}R_1^{s_1-\beta_1-1}(1-R_1)^{n_1-F_1}dR_1\right\}$$

$$\text{分子}=\left(-\ln R_3\right)^{\alpha_3-1}R_3^{u_3-1}(1-R_3)^{v_3}\int_0^{R_3}(-\ln R_2)^{\alpha_2-1}R_2^{u_2-1}(1-R_2)^{v_2}dR_2$$

$$\int_0^{R_2}(-\ln R_1)^{\alpha_1-1}R_1^{u_1-1}(1-R_1)^{v_1}dR_1 \tag{16}$$

$$I_1\triangleq\int_0^{R_2}(-\operatorname{lm}R_1)^{\alpha_3-1}R_1^{u_1-1}(1-R_1)^{v_1}dR_1$$

$$=\sum_{k_1=0}^{v_1}\binom{k_1}{v_1}(-1)^{k_1}\int_0^{R_2}(-\ln R_1)^{\alpha_1-1}R_1^{u_1+k_1-1}dR_1$$

$L_1\triangleq\int_0^{R_2}(-\ln R_1)^{\alpha_1-1}R_1^{g_1-1}dR_1$，作变 $y=-g_1\ln R_1$，得 $L_1=g_1^{-\alpha_1}\int_{-g_1\ln R_2}^{+\infty}y^{\alpha_1-1}e^{-y}dy$

再应用 $\int_x^{+\infty}u^{z-1}e^{-u}du=\Gamma(z)\sum_{j=0}^{z-1}\frac{x^j}{j!}e^{-x}$ 得 $L_1=g_1^{-\alpha_1}\Gamma(\alpha_1)\sum_{j_1=0}^{\alpha_1-1}\frac{g_1^{j_1}}{\Gamma(j_1+1)}(-\ln R_2)^{j_1}R_2^{g_1}$，故得

$$I_1=\Gamma(\alpha_1)\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{\alpha_1-1}\binom{k_1}{v_1}(-1)^{k_1}g_1^{j_1-\alpha_1}[\Gamma(j_1+1)]^{-1}(-\ln R_2)^{j}R_2^{g_1}$$

$$I_2=\int_0^{R_3}(-\ln R_2)^{\alpha_2-1}R_2^{u_2-1}(1-R_2)^{v_2}I_1dR_2=\Gamma(\alpha_1)\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{\alpha_1-1}\binom{k_1}{v_1}(-1)^{k_1}g_1^{j_1-\alpha_1}$$

$$[\Gamma(j_1+1)]^{-1}\int_0^{R_3}(-\ln R_2)^{\alpha_2+j_1-1}R_2^{g_1+u_2-1}(1-R_2)^{v_2}dR_2$$

$$L_2\triangleq\int_0^{R_3}(-\ln R_2)^{\alpha(2)-1}R_2^{g_1+u_2-1}(1-R_2)^{v_2}dR_2$$

与求 L_1 一样，可得

$$L_2=\sum_{k_2=0}^{v_2}\sum_{j_2=0}^{a_{(2)}-1}\binom{k_2}{v_2}(-1)^{k_2}g_{(2)}^{j_2-a_{(2)}}\Gamma(\alpha_{(2)})[\Gamma(j_2+1)]^{-1}(-\ln R_3)^{j_2}R_3^{g_{(2)}}$$

故得

$$I_2=\Gamma(\alpha_1)\sum_{k_1=0}^{u_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\binom{k_1}{v_1}(-1)^{k_1}g_1^{j_1-a_1}\Gamma(\alpha_2)[(j_1+1)]^{-1}\sum_{k_2=0}^{u_2}\sum_{j_2=0}^{a_{(2)}-1}$$

$$\binom{k_2}{u_2}(-1)^{k_2}g_{(2)}^{j_2-a_{(2)}}[\Gamma(j_2+1)]^{-1}(-\ln R_3)^{j_2}R_3^{g_{(2)}}$$

代入式(16)得

$$分子=(-\ln R_3)^{a_3-1}R_3^{u_3-1}(1-R_3)^{v_3}I_2=\sum_{k_3=0}^{v_3}\binom{k_3}{u_3}(-1)^{k_3}(-\ln R_3)^{a_3-1}R_3^{u_3+k_3-1}I_2$$

$$=\Gamma(\alpha_1)\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\binom{k_1}{v_1}(-1)^{k_1}g_1^{j_1-a_1}\Gamma(\alpha_{(2)})[\Gamma(j_1+1)]^{-1}\sum_{k_2=0}^{v_2}\sum_{j_2=0}^{a_{(2)}-1}$$

$$\binom{k_2}{v_2}(-1)^{k_2}g_{(2)}^{j_2-a_{(2)}}\Gamma(\alpha_{(3)})[\Gamma(j_2+1)]^{-1}\sum_{k_3=0}^{v_3}\binom{k_3}{v_3}(-1)^{k_3}g_{(3)}^{-a_{(3)}}L\Gamma(R_3|\alpha_{(3)}g_{(3)})$$

$$=\Gamma(\alpha_1)\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\sum_{k_2=0}^{v_2}\sum_{j_2=0}^{a_{(2)}-1}W(k_1j_1,k_2j_2)\sum_{k_3=0}^{v_3}\binom{k_3}{v_3}(-1)^{k_3}g_{(3)}^{-a_{(3)}}L\Gamma(R_3|\alpha_{(3)},g_{(3)})$$

显然

$$W_3=\Gamma(\alpha_1)\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\sum_{k_2=0}^{v_2}\sum_{j_2=0}^{a_{(2)}-1}W(k_1j_1,k_2j_2)\sum_{k_3=0}^{v_3}\binom{k_3}{v_3}(-1)^{k_3}g_{(3)}^{-a_{(3)}}$$

$$g(R_3|s)=\frac{1}{W_3}\left\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\sum_{k_2=0}^{v_2}\sum_{j_2=0}^{a_{(2)}-1}W(k_1j_1,k_2j_2)\sum_{k_3=0}^{v_3}\binom{k_3}{v_3}(-1)^{k_3}g_{(3)}^{-a_{(3)}}L\Gamma(R_3|\alpha_{(3)},g_{(3)})\right\}$$

$$\hat{R}_3=E(R_3|s)=\frac{1}{W_3}\left\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\sum_{k_2=0}^{v_2}\sum_{j_2=0}^{a_{(2)}-1}W(k_1j_1,k_2j_2)\sum_{k_3=0}^{v_3}\binom{k_3}{v_3}(-1)^{k_3}(g_{(3)}+1)^{-a_{(3)}}\right\}$$

证明过程的各个标号与式(15)相同，这就证明了$m=3$成立，再应用递推法就可完成定理的证明。

下面求R_{sm}的估计，同样可用二种方法求得，一种是由式(14)求得$\hat{R}_m$代入系统可靠度公式，得

$$\hat{R}_{sm}=\sum_{j=r}^{M}\binom{j}{N}\hat{R}_m^j(1-\hat{R}_m)^{N-j} \tag{17}$$

另一种是利用式(13)直接求R_{sm}的估计。

定理 4 定理3的条件成立，则在二次损失下系统的R_{sm}的Bayes估计为

$$\hat{R}_{sm}=\frac{1}{W_m}\Big\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\cdots\sum_{j_{m-1}=0}^{v_{m-1}}\sum_{j_{m-1}=0}^{a_{(m-1)}-1}W(k_1j_1\cdots k_mj_{m-1})\sum_{k_m=0}^{v_m}\binom{k_m}{v_m}(-1)^{k_m}$$

$$\sum_{j=r}^{N}\binom{j}{N}\sum_{i=0}^{N-j}\binom{i}{N-j}(-1)^i(i+j+g_{(m)})^{-a_{(m)}}\Big\} \tag{18}$$

证　明

$$\hat{R}_{sm}=E(R_{sm}|s)=\int_0^1 R_{sm}g(R_m|s)dR_m$$

$$=\frac{1}{W_m}\Big\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1-1}\cdots\sum_{k_{m-1}=0}^{v_{m-1}}\sum_{j_{m-1}=0}^{a_{(m-1)}-1}W(k_1j_1\cdots k_{m-1}j_{m-1})\sum_{k_m=0}^{v_m}\binom{k_m}{v_m}(-1)^{k_m}$$

$$g_{(m)}^{-a_{(m)}}[\Gamma(\alpha_m)]^{-1}\sum_{j=r}^{N}\binom{j}{N}\int_0^1(-\ln R_m)^{a_{(m)}-1}R_m^{j+g_{(m)}-1}(1-R_m)^{N-j}dR_m\Big\}$$

因为

$$\int_0^1(-\ln R_m)^{a_{(m)}-1}R_m^{j+g_{(m)}-1}(1-R_m)^{N-j}dR_m$$

$$=\sum_{i=1}^{N-j}\binom{i}{N-j}(-1)^i\int_0^1(-\ln R_m)^{a_{(m)}-1}R_m^{i+j+g_{(m)}-1}dR_m$$

$$=\sum_{i=0}^{N-j}\binom{i}{N-j}(-1)^i\Gamma(\alpha_m)(i+j+g_{(m)})^{-a_{(m)}}$$

代入上式即得式(18)。特别当$r=N$时，得串联系统的

$$\hat{R}_{sm}=\frac{1}{W_m}\Big\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{i_1=0}^{a_1-1}\cdots\sum_{k_{m-1}=0}^{v_{m-1}}\sum_{j_{m-1}=0}^{a_{(m-1)}-1}W(k_1j_1\cdots k_{m-1}j_{m-1})$$

$$\sum_{k_m=0}^{v_m}\binom{k_3}{v_m}(-1)^{k_m}(N+g_{(m)})^{-a_{(m)}}\Big\} \tag{19}$$

当$r=1$时，得并联系统的

$$\hat{R}_{sm}=\frac{1}{W_m}\Big\{\sum_{k_1=0}^{v_1}\sum_{j_1=0}^{a_1=1}\cdots\sum_{k_{m-1}=0}^{v_{m-1}}\sum_{j_{m-1}=0}^{a_{(m-1)}-1}W(k_1j_1\cdots k_{m-1}j_{m-1})$$

$$\sum_{k_m=0}^{v_m}\binom{k_m}{u_m}(-1)^{k_m}\sum_{j=1}^{N}\binom{j}{N}\sum_{i=0}^{N-j}\binom{i}{N-j}(-1)^i(i+j+g_{(m)})^{-a_{(m)}}\Big\} \tag{20}$$

在式(15)中当$\alpha_i=0$，$\beta_i=0$，$(i=1,m)$，则定理3的条件

(2)　$\pi(R_i)=(-\ln R_i)^{-1}R_i^{-1}=L\Gamma(R_i|0,0)$是无信息验前分布。那么定理3、4的结论变为无信息验前的Bayes估计。

系统的R_m的$1-\alpha$置信下限R_{smL}，可先解下式

$$\int_{R_{mL}}^1 g(R_m|s)dR_m=1-\alpha。$$

得R_{mL}将它代入式（2）得

$$R_{S_{mL}} = \sum_{j=r}^{N} \binom{j}{N} R_{mL}^{j} (1 - R_{mL})^{N-j}$$

参 考 文 献

〔1〕Harry F.Martz amd Ray A.Waller, Bayesian Reliability Analysis, Josn Wiley & Sons, (1982).

〔2〕陈世基，具有可靠性增长的二、三项分布概型参数 Bayes 估计的注记，福建师范大学学报（自然科学版），1（1983）.

Bayes Estimate of Reliability Growth for r/N(G) System Based on Binomial Sampling

Wu Shaumin

Abstract

This paper deals with Bayes estimate of reliability growth for r/N(G) system based on binomial sampling. The survival probability R of the units possesses a priori negative logarithmic gamma-distribution or beta-distribution. The results corresponding to $U(0.1)$ or noninformetive prior situation can be deduced as special applications.

The important results are listed in theorem 2, 3 and 4.