

# 楔形滑块机构力分析和综合的新准则

陈元霖

(精密机械工程系)

## 摘 要

本文针对机械工程中常用楔形滑块机构力分析提出的新准则,在楔形滑块机构进行力分析时,可任取点 $O$ 往外引线做受力构件上诸作用力的矢量.若构件受三个力作用处于平衡时,则构件上各作用力的大小与其余二力作用线夹角 $\alpha$ 的正弦比值对应相等.这种做力矢量线代替做力多边形的方法,可以十分简明地建立各种类型楔面机构力分析和综合的数学模型,而且可在微型计算机屏幕上进行楔面机构力分析和综合.本方法与传统方法比较是十分简便.

## 一、引 言

楔形滑块机构在机械工程上应用十分广泛,如夹紧机构、缓冲机构…等.其受力分析在工程上一般是做力多边形方法,根据机构已知的几何参数,绘制机构简图,由给定的行程方向和材料副的滑动摩擦系数 $f = \tan \varphi$ , ( $\varphi$ 为摩擦角),确定总反力的方向线,写出每个受力构件的力矢量平衡方程式,根据力矢量方程式做每个构件的力矢量封闭多边形,用正弦定理求出力和机构几何参数的代数关系式,求解未知力的大小(驱动力 $P$ 或生产阻力 $Q$ )和机构效率,也可根据机构工作和自锁条件,进行机构综合.但是,每个构件都得做一个力多边形,而形状大小不一难于绘制,这是十分烦琐的事,若用本文提出的新准则做构件力矢量线代替做力多边形法是十分方便.

本文提出的准则:在楔面机构进行力分析时,任取点 $O$ 绘制受力构件上诸力的作用线,由 $O$ 点往外引线做力矢量线,若受力构件平衡时,其上任一个力的大小与其余二个力的矢量线夹角的正弦比值对应相等,这样可直接求出受力构件的平衡方程式,求解未知力和机构效率,进行机构力分析和综合.

## 二、基本原理

根据正弦函数值:  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$  的关系式,若在机构受力分析时,当受力构件

本文1986年8月5日收到.

受三个力  $\vec{R}_1$ 、 $\vec{R}_2$ 、 $\vec{R}_3$  的作用力处于平衡时, 诸力矢量和为零, 即  $\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 = 0$ , 从而建立受力构件力矢量平衡方程式。

若用工程上传统的力分析方法, 根据力矢量平衡方程式做力多边形  $\Delta R_1 R_2 R_3$ , 如图1(a)所示。然后根据正弦定理求得力的代数方程式

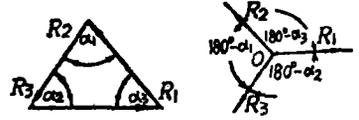


图 1

$$\frac{R_1}{\sin \alpha_1} = \frac{R_2}{\sin \alpha_2} = \frac{R_3}{\sin \alpha_3} \quad (1)$$

式(1)中,  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  是受力构件上诸作用力大小,  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  是力多边形内角。

若用本文介绍的准则: 任取点  $O$  往外引线做  $\vec{R}_1$ 、 $\vec{R}_2$ 、 $\vec{R}_3$  三个作用力的矢量线  $O\vec{R}_1$ 、 $O\vec{R}_2$ 、 $O\vec{R}_3$ , 如图1(b)所示, 求出其对应夹角与原力封闭多边形夹角的关系, 受力构件上任一个力大小与其余二个力矢量夹角的正弦比值应对应相等, 直接求得力的代数方程式

$$\frac{R_1}{\sin(180^\circ - \alpha_1)} = \frac{R_2}{\sin(180^\circ - \alpha_2)} = \frac{R_3}{\sin(180^\circ - \alpha_3)} \quad (2)$$

显然: (1)  $\equiv$  (2), 即式(1)和式(2)是等价的。

### 三、楔面机构力分析和综合

#### 1. 楔面机构类型 $A = 1$

$B = 1$  (标识符) 机构力分析:

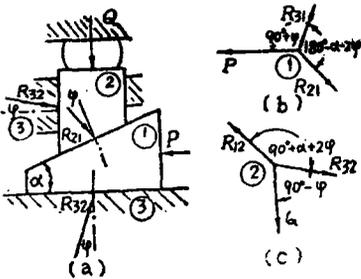


图 2

已知 机构几何参数  $\alpha$ 、 $\beta$ , 各摩擦面的摩擦系数均为  $f = \tan \varphi$ ,  $\varphi$  为摩擦角, 生产阻力  $Q$ 。

求 机构正行程时驱动力  $P$ , 机构效率  $\eta$ 、 $\eta'$ 。

解 根据正行程的方向, 确定总反力  $\vec{R}_{31}$ 、 $\vec{R}_{21}$ 、 $\vec{R}_{32}$  的方向,  $R_{IK}$  表示构件  $I$  对构件  $K$  的总反力, 如图2(a)所示。然后任取点“1”和点“2”, 自点

“1”做构件“1”力的矢量线  $1\vec{P}$ 、 $1\vec{R}_{31}$ 、 $1\vec{R}_{21}$ , 如图2(b)所示。自点“2”做构件“2”力的矢量线

$2\vec{Q}$ 、 $2\vec{R}_{12}$ 、 $2\vec{R}_{32}$ , 因为  $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21}$ , 所以矢量线  $2\vec{R}_{12} = -1\vec{R}_{21}$ , 如图2(c)所示。由图2(b), 构件“1”力的矢量

$$\frac{P}{\sin(180^\circ - \alpha - 2\varphi)} = \frac{R_{21}}{\sin(90^\circ + \varphi)}$$

$$P = \frac{R_{21} \sin(\alpha + 2\varphi)}{\cos \varphi}$$

由图2(b)构件“2”力的矢量线

$$\frac{R_{12}}{\sin(90^\circ - \varphi)} = \frac{Q}{\sin(90^\circ + \alpha + 2\varphi)}$$

$$R_{12} = \frac{Q \cos \varphi}{\cos(\alpha + 2\varphi)}$$

因为  
所以正行程时驱动力

$$R_{21} = R_{12}$$

$$P = \theta \operatorname{tg}(\alpha + 2\varphi)$$

反行程运动方向与正行程相反，所以应以 $(-\varphi)$ 代入上式，  
所以反行程时阻力

$$P' = Q \operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)$$

若为理想机构

$$\varphi = 0, P_0 = P' = Q \operatorname{tg} \alpha$$

正行程时机构效率

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + 2\varphi)}$$

反行程时机构效率

$$\eta' = \frac{P'}{P_0} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$B = 2$  (标识符)机构综合:

已知 机构各摩擦面滑动摩擦系数均为  $f = \operatorname{tg} \varphi$ , ( $\varphi$  为摩擦角).

求 机构的几何参数  $\alpha$

解 正行程机构效率  $\eta > 0$  时,  $\alpha < 90^\circ - 2\varphi$ ; 正行程自锁条件  $\eta \leq 0$ ,  $\alpha \geq 90^\circ - 2\varphi$ ; 反行程机构效率  $\eta' > 0$  时,  $2\varphi < \alpha < 90^\circ$ ; 反行程自锁条件  $\eta' \leq 0$ ,  $2\varphi \geq \alpha \geq 90^\circ$ .

### 2. 楔面机构类型 $A = 2$

$B = 1$  (标识符)机构力分析:

已知 机构几何参数  $\alpha, \beta$ , 各摩擦面滑动摩擦系数均为  $f = \operatorname{tg} \varphi$ , ( $\varphi$  为摩擦角), 生产阻力  $Q$ .

求 机构正行程时驱动  $P$ , 机构效率  $\eta, \eta'$ .

解 根据正行程的方向, 确定总反力  $\vec{R}_{31}, \vec{R}_{21}, \vec{R}_{32}$  的方向,  $\vec{R}_{IK}$  表示构件  $I$  对构件  $K$  总反力, 如图 3(a) 所示. 任取点 "1" 和点 "2", 自点 "1" 做构件 "1" 力的矢量线  $1\vec{P}, 1\vec{R}_{31}, 1\vec{R}_{21}$ , 如图 3(b) 所示. 自点 "2" 做构件 "2" 力的矢量线  $2\vec{Q}, 2\vec{R}_{12}, 2\vec{R}_{32}$ , 因  $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21}$ , 所以矢量线  $2\vec{R}_{12} = -1\vec{R}_{21}$ , 如图 3(c) 所示.

由图 3(b) 构件 "1" 力的矢量线

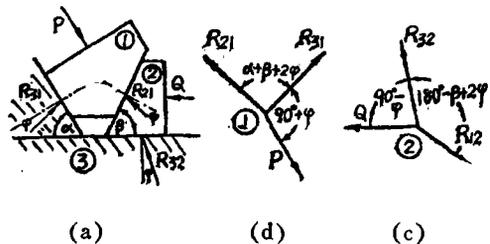


图 3

$$\frac{P}{\sin(\alpha + \beta - 2\varphi)} = \frac{R_{21}}{\sin(90^\circ + \varphi)}$$

$$P = \frac{R_{21} \sin(\alpha + \beta - 2\varphi)}{\cos\varphi}$$

由图3(c)构件“2”力的矢量线

$$\frac{R_{12}}{\sin(90^\circ - \varphi)} = \frac{Q}{\sin(180^\circ - \beta + 2\varphi)}$$

$$R_{12} = \frac{Q \cos\varphi}{\sin(\beta - 2\varphi)}$$

因为

$$R_{21} = R_{12}$$

所以正行程时驱动力

$$P = \frac{Q \sin(\alpha + \beta - 2\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)}$$

反行程起动方向与正行程相反, 所以应以 $(-\varphi)$ 代入上式求得。

所以反行程时阻力

$$P' = \frac{Q \sin(\alpha + \beta + 2\varphi)}{\sin(\beta + 2\varphi)}$$

若为理想机构

$$\varphi = 0, P_0 = P_0' = \frac{Q \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\beta)}$$

正行程时机构效率

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\beta - 2\varphi)}{\sin(\alpha + \beta - 2\varphi) \sin\beta}$$

反行程时机构效率

$$\eta' = \frac{P'}{P_0} = \frac{\sin(\alpha + \beta + 2\varphi) \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta) \sin(\beta + 2\varphi)}$$

$B = 2$  (标识符)机构综合:

已知 机构各摩擦面滑动摩擦系数均为  $f = \text{tg}\varphi$ , ( $\varphi$  为摩擦角)。

求 机构的几何参数  $\alpha$ 、 $\beta$ 。

解 正行程机构效率  $\eta > 0$  时,  $\alpha + \beta < 180^\circ + 2\varphi$ ,  $\beta > 2\varphi$ ; 正行程自锁条件  $\eta \leq 0$ ,  $\alpha + \beta \geq 180^\circ + 2\varphi$ ,  $\beta \leq 2\varphi$ ; 反行程机构效率  $\eta' > 0$  时,  $\alpha + \beta < 180^\circ - 2\varphi$ ; 反行程自锁条件  $\eta' \leq 0$ ,  $\alpha + \beta \geq 180^\circ - 2\varphi$ 。

### 3. 楔面机构类型 $A = 3$

$B = 1$  (标识符)机构力分析:

已知 机构几何参数  $\alpha$ 、 $\beta$ , 各摩擦面滑动摩擦系数均为  $f = \text{tg}\varphi$ , ( $\varphi$  为摩擦角), 生产阻力  $Q$ 。

求 机构正行程时驱动力  $P$ , 机构效率  $\eta$ 、 $\eta'$ 。

解 根据正行程的方向, 确定总反力  $\vec{R}_{41}$ 、 $\vec{R}_{21}$ 、 $\vec{R}_{42}$ 、 $\vec{R}_{32}$ 、 $\vec{R}_{33}$  的方向,  $R_{IK}$  表示 构件

$I$  对构件  $K$  总反力, 如图4(a)所示。任取点

“1”、“2”、“3”, 自点“1”做构件“1”力的矢量线  $1\vec{P}$ 、 $1\vec{R}_{41}$ 、 $1\vec{R}_{21}$  如图4(b)所示。

自点“2”做构件“2”力矢量线  $2\vec{R}_{12}$ 、 $2\vec{R}_{42}$ 、 $2\vec{R}_{32}$ , 因  $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21}$ , 故矢量线  $2\vec{R}_{12} = -1\vec{R}_{21}$ ,

如图4(c)所示。自点“3”做构件“3”力矢量线  $3\vec{Q}$ 、 $3\vec{R}_{43}$ 、 $3\vec{R}_{23}$ , 因  $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$ , 故矢量线  $3\vec{R}_{23} = -2\vec{R}_{32}$ , 如图4(d)所示。

由图4(b)构件“1”力的矢量线

$$\frac{P}{\sin(180^\circ - \alpha - 2\varphi)} = \frac{R_{21}}{\sin(90^\circ - \varphi)}$$

$$P = \frac{R_{21} \sin(\alpha + 2\varphi)}{\cos \varphi}$$

由图4(c)构件“2”力矢量线

$$\frac{R_{12}}{\sin(90^\circ + \beta - 2\varphi)} = \frac{R_{32}}{\sin(90^\circ + \alpha + 2\varphi)}$$

$$R_{12} = \frac{R_{32} \cos(\beta - 2\varphi)}{\cos(\beta + 2\varphi)}$$

由图4(d)构件“3”力的矢量线

$$\frac{R_{23}}{\sin(90^\circ - \varphi)} = \frac{Q}{\sin(180^\circ - \beta + 2\varphi)}$$

$$R_{23} = \frac{Q \cos \varphi}{\sin(\beta - 2\varphi)}$$

因为

$$R_{21} = R_{12}, R_{23} = R_{32}$$

所以正行程时驱动力

$$P = \frac{Q \operatorname{tg}(\alpha + 2\varphi)}{Q \operatorname{tg}(\beta - 2\varphi)}$$

反行程运动方向与正行程相反, 所以应以  $(-\varphi)$  代入上式求得。

所以反行程时阻力

$$P' = \frac{Q \operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}{\operatorname{tg}(\beta + 2\varphi)}$$

若为理想机构

$$\varphi = 0, P_0 = P'_0 = \frac{Q \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

正行程时机构效率

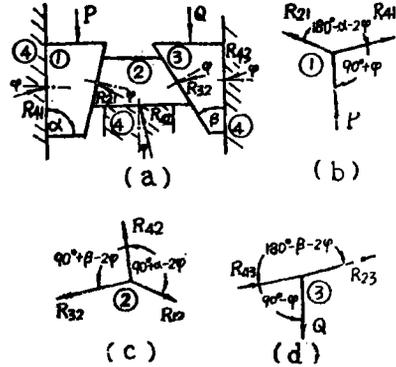


图 4

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(\beta - 2\varphi)}{\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}(\alpha + 2\varphi)}$$

反行程时机构效率

$$\eta' = \frac{P'}{P_0} = \frac{\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(\beta + 2\varphi)}$$

$B = 2$  (标识符)机构综合:

已知 机构各摩擦面滑动摩擦系数均为  $f = \operatorname{tg} \varphi$  ( $\varphi$  为摩擦角)。

求 机构的几何参数  $\alpha, \beta$ 。

解 正行程机构效率  $\eta > 0$  时,  $\alpha < 90^\circ - 2\varphi, \beta > 2\varphi$ ; 正行程自锁条件  $\eta \leq 0, \alpha \geq 90^\circ - 2\varphi, \beta \leq 2\varphi$ ; 反行程机构效率  $\eta' > 0$  时,  $2\varphi < \alpha < 90^\circ + 2\varphi, \beta < 90^\circ - 2\varphi$ ; 反行程自锁条件  $\eta' \leq 0, 2\varphi \geq \alpha \geq 90^\circ + 2\varphi, \beta \geq 90^\circ - 2\varphi$ 。

#### 四、楔面机构力分析和综合的数学模型

用本文提出的新准则, 通过上述类型楔面机构的力分析和综合数学模型的推导, 可以看出作力的矢量线代替传统的作力多边形方法是十分简明方便的, 而且绘图规格化, 不易发生错误, (在自锁条件时, 用传统作力多边形求往往容易发生错误)。

为了便于对上述类型楔面机构进行力分析和机构综合, 现将其数学模型整理列于表 1。对于其他类型楔面机构力分析和综合的数学模型的推导, 同样是十分简便的。

表 1

机构类型 A	A = 1	A = 2	A = 3
B = 1 机构 力分析	$P = Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$ $P' = Q \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)$ $P_0 = P_0' = Q \operatorname{tg} \alpha$ $\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi)}$ $\eta' = \frac{P_0}{P'} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}{\operatorname{tg} \alpha}$	$P = \frac{\theta \sin(\alpha + \beta - 2\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)}$ $P' = \frac{\theta \sin(\alpha + \beta + 2\varphi)}{\sin(\beta + 2\varphi)}$ $P_0 = P_0' = \frac{\theta \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$ $\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\beta - 2\varphi)}{\sin \beta \sin(\alpha + \beta - 2\varphi)}$ $\eta' = \frac{P_0}{P'} = \frac{\sin \beta \sin(\alpha + \beta + 2\varphi)}{\sin(\alpha + \beta) \sin(\beta + 2\varphi)}$	$P = \frac{\theta \operatorname{tg}(\alpha + 2\varphi)}{\operatorname{tg}(\beta - 2\varphi)}$ $P' = \frac{\theta \operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}{\operatorname{tg}(\beta + 2\varphi)}$ $P_0 = P_0' = \frac{\theta \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$ $\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(\beta - 2\varphi)}{\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}(\alpha + 2\varphi)}$ $\eta' = \frac{P_0}{P'} = \frac{\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(\beta + 2\varphi)}$
B = 2 机标 综合	$\eta > 0: \alpha < 90^\circ - 2\varphi$ $\eta \leq 0: \alpha \geq 90^\circ + 2\varphi$ $\eta' > 0: 2\varphi < \alpha < 90^\circ$ $\eta' \leq 0: 2\varphi \geq \alpha \geq 90^\circ$	$\eta > 0: \alpha + \beta < 180^\circ + 2\varphi, \beta > 2\varphi$ $\eta \leq 0: \alpha + \beta \geq 180^\circ + 2\varphi, \beta \geq 2\varphi$ $\eta' > 0: \alpha + \beta < 180^\circ - 2\varphi$ $\eta' \leq 0: \alpha + \beta \geq 180^\circ - 2\varphi$	$\eta > 0: \alpha < 90^\circ - 2\varphi, \beta > 2\varphi$ $\eta \leq 0: \alpha \geq 90^\circ - 2\varphi, \beta \leq 2\varphi$ $\eta' > 0: 2\varphi < \alpha < 90^\circ + 2\varphi, \beta < 90^\circ - 2\varphi$ $\eta' \leq 0: 2\varphi \geq \alpha \geq 90^\circ + 2\varphi, \beta \geq 90^\circ - 2\varphi$

### 五、源程序框图

原程序框图如图 5 所示。

### 六、源程序中变量符号说明

(1) 楔形滑块机构类型标识符:

$A = 1/2/3$ .

(2) 机构力分析/机构综合标识符:

$B = 1/2$ .

(3) 摩擦系数/摩擦角:  $F = f/E = \varphi^\circ$ .

(4) 机构几何系数:  $A = \alpha/A_1 = \alpha, A_2 = \beta$ .

(5) 给定力:  $P_1 = P, P_2 = P', P_3 = P_0, Q = Q_0$ .

(6) 总反力:  $I$  构件对  $K$  构件总反力  $R_{IK} = R_{Ik}$ .

例如:

$R_{12}$  是 1 构件对 2 构件总反力,  $R_{12} = R_{12}$

(7) 正行程效率/反行程效率:  $PE = \eta, RE = \eta'$ .

计算举例:

$B = 1$  机构力分析:

已知 楔面机构类型  $A = 1, f = 0.15, \alpha = 6^\circ, Q = 1000N$ .

求 正行程驱动力  $P$ , 机构效率  $\eta, \eta'$ .

$B = 2$  机构综合:

已知 楔面机构类型  $A = 1, f = 0.15$ .

求 机构几何参数  $\alpha$ .

用 BASIC 语言在 IBM-PC 屏幕上人机对话, 进行力分析和机构综合.

1. 程序(略).

2. 输出结果如下:

F? 15

TYPE OF WEDGE SLIDER MECHANISM 1/2/3/4(END)? 1

ANALYSIS OR SYNTHESIS 1/2? 1

THE GEOMETRICAL ANGL(DEG) A=? 6

ACTIVE FORCE(N) Q=2 1000

DRIVING FORCE IS  $P_1 = 425.7429 N$

EFFICIENCY OF POSITIVE TRAVEL IS  $PE = .2468726$

EFFICIENCY OF REVERSE TRAVEL IS  $RE = -1.860011$

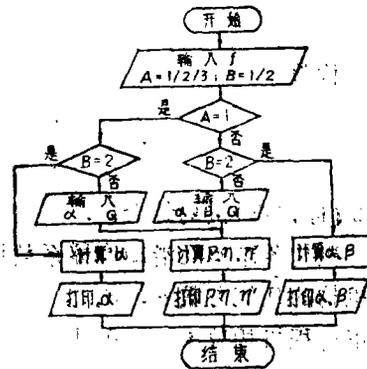


图 5

TYPE OF WEDGE SLIDER MECHANISM 1/2/3/4(END)? 1  
ANALYSIS OR SYNTHESIS 1/2? 2

• • • • •  
GEOMETRICAL ANGLE OF POSITIVE TRAVEL IS  $A < 72.93847$ (DEG)

SELF LOCKING OF POSITIVE TRAVEL IS  $A \geq 72.93847$ (DEG)

GEOMETRICAL ANGLE OF RESERVE TRAVEL IS  $17.06153 < A < 90$ (DEG)

SELF LOCKING OF RESERVE TRAVEL IS  $A \leq 17.06153$ (DEG)

• • • • •  
TYPE OF WEDGE SLIDER MECHANISM 1/2/3 4(END)? 4  
END

### 参 考 文 献

- [1] W. 希尔, G. 洛夫, 应用数学基础, 科学出版社, (1978).  
[2] 孙恒主编, 机械原理, 人民教育出版社, (1983).  
[3] 俞长高主编, 机械制造片的计算机辅助设计, 机械出版社, (1982).  
[4] 谭浩强, BASIC语言, 科学普及出版社, (1984).

## A New Criterion for Force Analysis and Synthesis of Wedge Slider Mechanism

Chen Yuanlin

### Abstract

This paper presents a new criterion for force analysis and synthesis of wedge slider mechanism, which is so often used in mechanical industry. In force analysis of wedge slider mechanism, any point may be selected to draw outward the vector of various forces acting on the member. If the member is in equilibrium by three forces, then the ratios of the magnitude of each force to the sine of the included angle between the vector of the other forces are found to be equal to each other. To draw force vector instead of force polygon is a method of more simply in defining a mathematical model for force analysis and synthesis of every kinds of wedge mechanism, and by which the force analysis and synthesis can be done on the screen of a microcomputer. This is a method of more simply than the traditional one.