

工程解耦方法的分析与讨论

王 永 初

(精密机械工程系)

摘 要

本文讨论矩阵求逆解耦与动态互补解耦的原理、结构与应用。作者提出的动态互补解耦不仅可以用于非奇异的过程控制系统的设计,同样可用于奇异的对象,解耦网络D的稳定性问题采用闭环无定位的方法和将多变量奇异系统转换成单输入与单输出系统的方法来解决。

一、关于矩阵求逆解耦方法

解耦控制是自动控制中六个重要的分支之一,这个领域大多数的研究工作尚停留在理论求解方法的探讨,在实际应用中仍然存在不少困难。

工业生产过程,尤其是流程控制(如发电厂的热工过程)、化工炼油过程,基本上都是一些缓慢时变的对象,有些控制对象动态与静态相比,静态的因素显得较为重要,如上海金山石油化工厂的乙烯裂解炉温度控制系统是由日本引进全套技术的一部分,作者曾对该系统进行深入的分析,得出日方的设计是一个静态解耦系统,按静态的观点来描述对象被控制变量与控制输入变量的关系模型为

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.589 & 0.195 & 0 & 0 \\ 0.195 & 0.589 & 0.195 & 0 \\ 0 & 0.195 & 0.589 & 0.195 \\ 0 & 0 & 0.195 & 0.589 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, $Y = [Y_1, Y_2, Y_3, Y_4]^T$ 代表四段被控制的温度向量; $M = [m_1, m_2, m_3, m_4]^T$ 代表与 Y 配对的控制输入向量。

式(1)模型的关系如图 1(a) 所示。 m_i 对 Y_i 存在着交互影响(即耦合),希望解耦后的控制对象关系为图1(b)所示。为了达到图1(b)所示的解耦目的,在 M 向量的输入端加上一个

本文1986年6月2日收到。

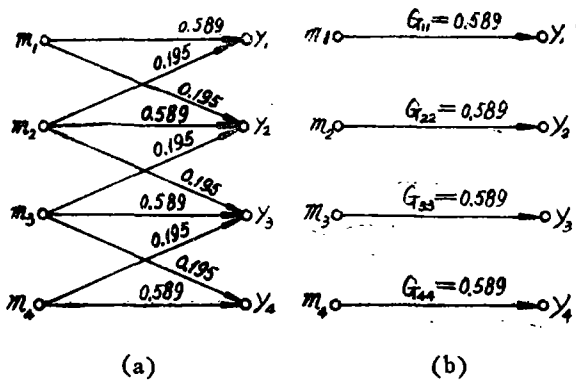


图 1

解耦网络，如图 2 所示。

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_3 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \tag{2}$$

D_{ij} 为解耦网络因子， $U = [U_1, U_2, U_3, U_4]^T$ 为控制器的输出控制向量，式(1)与(2)简记成

$$Y = GM \tag{3}$$

$$M = DU \tag{4}$$

图1(b)的解耦目标矩阵为 G_A

$$G_A = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{44} \end{bmatrix}$$

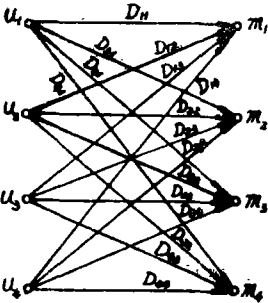


图 2

即

$$\begin{aligned} Y &= GM = GDU \\ &= G_A U \end{aligned}$$

得

$$GD = G_A$$

因此知道静态解耦网络为

$$D = G^{-1}G_A \tag{5}$$

这种解耦方法称为矩阵求逆解耦。

对于式(1)的控制对象与图1(b)的目标网络， D 为

$$D = \begin{pmatrix} 1.141 & -0.431 & 0.160 & -0.053 \\ -0.427 & 1.302 & -0.484 & 0.160 \\ 0.160 & -0.484 & 1.302 & -0.427 \\ -0.053 & 0.160 & -0.431 & 1.141 \end{pmatrix} \quad (6)$$

金山石油化工厂裂解炉温度微型机控制系统代表目前国内解耦控制方面的水平,在多数情况下,这个系统能满足生产对控制提出的要求。但是静态解耦仍然存在有动态的耦合,在工况变化频繁的时候,这个系统会表现出不理想的品质。作者认为该系统如此设计也是在万不得已的情况下采用,因为至今控制系统科研工作者没有提出一套行之有效的动态解耦方法,而且目前一些解耦理论在微型机上应用还是比较复杂,只要对每个 $G_{ij}(s)$ 因子考虑动态影响, $G_{ij}(s)$ 就是一个非常复杂的结构,计算一个 $D_{ij}(s)$ 已感到相当复杂,每采样读入信号进行一次控制,要计算16个 $D_{ij}(s)$ 这样的解耦子网络,其计算工作量是难于想像的。所以摆在我们面前一个十分艰巨的任务是研究实用的动态解耦,所以称为实用,即要求结构简单,设计便于采纳,计算方便。

二、关于互补动态解耦方法

耦合问题是生产过程控制系统普遍存在的问题,我们曾提出容易实现的动态解耦网络设计方法^[1],这种方法虽然理论上可以对奇异对象解耦,实际上仍然存在操纵向量不确定的缺点。

记原耦合对象的特性为

$$Y = GM \quad (7)$$

其中

$$Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_n]^T, M = [m_1, m_2, \dots, m_n]^T$$

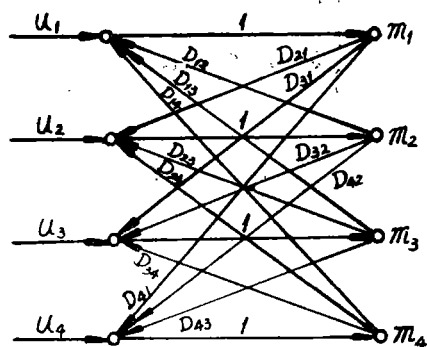


图 3

$$G = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) & \dots & G_{1n}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) & \dots & G_{2n}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) & G_{33}(s) & \dots & G_{3n}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & G_{n3}(s) & \dots & G_{nn}(s) \end{pmatrix} \quad (8)$$

动态解耦网络的结构如图3所示(以 4×4 对象为例)。根据图3的关系,得到如下方程组

$$m_1 = U_1 + D_{12}m_2 + D_{13}m_3 + D_{14}m_4$$

$$m_2 = U_2 + D_{21}m_1 + D_{23}m_3 + D_{24}m_4$$

$$m_3 = U_3 + D_{31}m_1 + D_{32}m_2 + D_{34}m_4$$

$$m_4 = U_4 + D_{41}m_1 + D_{42}m_2 + D_{43}m_3$$

并整理成

$$\begin{pmatrix} 1 & -D_{12} & -D_{13} & -D_{14} \\ -D_{21} & 1 & -D_{23} & -D_{24} \\ -D_{31} & -D_{32} & 1 & -D_{34} \\ -D_{41} & -D_{42} & -D_{43} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}$$

简记为

$$DM = U \quad (9)$$

或者

$$M = D^{-1}U \quad (10)$$

将式(10)代入式(3), 则有

$$\begin{aligned} Y &= GD^{-1}U \\ &= G_A U \end{aligned} \quad (11)$$

求得

$$G_A = GD \quad (12)$$

其中

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -D_{12} & -D_{13} & -D_{14} \\ -D_{21} & 1 & -D_{23} & -D_{24} \\ -D_{31} & -D_{32} & 1 & -D_{34} \\ -D_{41} & -D_{42} & -D_{43} & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

并取

$$D_{ij} = -\frac{G_{ij}(s)}{G_{ii}(s)} \quad (14)$$

对于 4×4 的耦合对象, D 为

$$D = \begin{pmatrix} 1 & \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} & \frac{G_{13}(s)}{G_{11}(s)} & \frac{G_{14}(s)}{G_{11}(s)} \\ \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 & \frac{G_{23}(s)}{G_{22}(s)} & \frac{G_{24}(s)}{G_{22}(s)} \\ \frac{G_{31}(s)}{G_{33}(s)} & \frac{G_{32}(s)}{G_{33}(s)} & 1 & \frac{G_{34}(s)}{G_{33}(s)} \\ \frac{G_{41}(s)}{G_{44}(s)} & \frac{G_{42}(s)}{G_{44}(s)} & \frac{G_{43}(s)}{G_{44}(s)} & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

可以证明, 加入式(15)的解耦网络, 动态系统是完全解耦的。

证明

式(12)重新写成

$$G_A D = G \tag{16}$$

G_A 为保留 G 对角形上的元素, 其它元素均为零, 如果式(15)代入式(16)得到满足, 则 D 就是个完全的动态解耦网络.

$$G_A D = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{33}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{44}(s) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} & \frac{G_{13}(s)}{G_{11}(s)} & \frac{G_{14}(s)}{G_{11}(s)} \\ \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 & \frac{G_{23}(s)}{G_{22}(s)} & \frac{G_{24}(s)}{G_{22}(s)} \\ \frac{G_{31}(s)}{G_{33}(s)} & \frac{G_{32}(s)}{G_{33}(s)} & 1 & \frac{G_{34}(s)}{G_{33}(s)} \\ \frac{G_{41}(s)}{G_{44}(s)} & \frac{G_{42}(s)}{G_{44}(s)} & \frac{G_{43}(s)}{G_{44}(s)} & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) & G_{14}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) & G_{24}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) & G_{33}(s) & G_{34}(s) \\ G_{41}(s) & G_{42}(s) & G_{43}(s) & G_{44}(s) \end{pmatrix} \\ = G \tag{17}$$

同样的方法可以推广到 $n \times n$ 耦合对象, 可以证明式(16)的关系仍然成立.

论文[1]在中国仪器仪表全国学术年会(83年11月)上宣读, 曾引起广泛的兴趣, 但对应范围许多人感到需要进一步研究, 本文是论文[1]专著[2]研究工作的继续.

三、两种解耦方法的比较

由式(16)可得

$$D = G_A^{-1} G \tag{18}$$

比较式(5)与式(18)可清楚看出, 矩阵求逆解耦, 在 $\det G(s) = 0$ 时无解. 我们提出的解耦方法, 由于网络结构的特殊性, 将求 G^{-1} 问题转移到求 G_A^{-1} 的问题, 所以无论 $\det G$ 是否为零, D 的形式解总是存在的.

例如奇异对象

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \\ \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \end{pmatrix}^{-1}$$

$\det G = 0$, 但是 $\det G_A \neq 0$, 因此 G_A 是存在的。

$$G_A(s)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2(T_1s+1)(T_2s+1) & 0 \\ 0 & 2(T_1s+1)(T_2s+1) \end{pmatrix}$$

求得

$$D(s) = G_A(s)^{-1}G(s) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

其解耦网络的构成如图4所示。

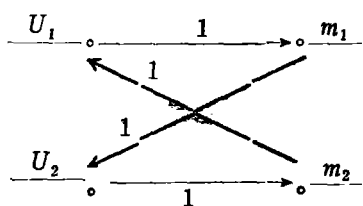


图4

因此, 我们认为互补解耦方法比以前所有的解耦方法适用性更广, 方法更简单。若将该方法应用于动态解耦, 可以使系统的设计工作大为简化。这里以上海金山化工厂引进的裂解炉为例, 说明这种方法的使用特点。采用这种方法时式(1)耦合对象的解耦网络为

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0.331 & 0 & 0 \\ 0.331 & 1 & 0.331 & 0 \\ 0 & 0.331 & 1 & 0.331 \\ 0 & 0 & 0.331 & 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

其解耦支路只有6个, 同式(6)相比较, 则解耦支路比原系统减少10个, 而且所引入动态解耦也相当容易, 只需几次简单的加减乘运算, 就可以计算一个动态解耦网络。若考虑动态因素, 则可写成

$$G = \begin{pmatrix} \frac{0.589}{T_1s+1} & \frac{0.195}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & 0 & 0 \\ \frac{0.195}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & \frac{0.589}{T_1s+1} & \frac{0.195}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{0.195}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & \frac{0.589}{T_1s+1} & \frac{0.195}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \\ 0 & 0 & \frac{0.195}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & \frac{0.589}{T_1s+1} \end{pmatrix} \quad (20)$$

式(20)的耦合对象按照从前的方法实行解耦是相当困难,而按论文[1]提出的方法却比较容易实现。由本方法得到解耦网络为

$$D(s) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{0.331}{T_2s+1} & 0 & 0 \\ \frac{0.331}{T_2s+1} & 1 & \frac{0.331}{T_2s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.331}{T_2s+1} & 1 & \frac{0.331}{T_2s+1} \\ 0 & 0 & \frac{0.331}{T_2s+1} & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

六个解耦子网络均为 $\frac{0.331}{T_2s+1}$,由微型机来实现是很容易的。

四、关于 D 网络稳定性问题

1. 非奇异对象

通过选择被控制变量与操纵变量的配对,可以使 D 具有本质上的稳定性,兹举如下一例说明:

非奇异对象

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \\ \frac{0.5}{(T_1s+1)(T_2s+1)} & \frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \end{pmatrix}$$

$$= Y(s)M(s)^{-1}$$

选择控制的配对应为

$$m_1 \longleftrightarrow Y_1$$

$$m_2 \longleftrightarrow Y_2$$

在这种情况下解耦网络为

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

则知

$$M = D^{-1}U = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{4}{6} \\ -\frac{4}{6} & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

对于一个确定的 U 可以得到一个确定的 M 。所以对于非奇异对象，互补解耦是一种实用的工程解耦方法。

2. 奇异对象

由于奇异对象由式(10)可以看出向量 M 不是确定的，但我们可以用闭环的方法使 M 变成确定的。在系统投运时，注意将解耦网络 D 与控制矩阵 K 同时投入，而且控制矩阵选择包含有积分作用的网络。如

$$K = \begin{bmatrix} K_{P_1}(1 + \frac{1}{T_{i_1}s}) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & K_{P_2}(1 + \frac{1}{T_{i_2}s}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & K_{P_n}(1 + \frac{1}{T_{i_n}s}) \end{bmatrix} \tag{22}$$

由于 K 包含有积分作用，强迫 $Y \rightarrow R$ ，对于一定的 R 有一定 Y 。 M 与 Y 的关系也是确定的，所以迫使 M 返回到与 Y 相应的数值上。

实际上，奇异对象是极少见的，而且奇异对象可以演变成单一无耦合对象来处理。例如

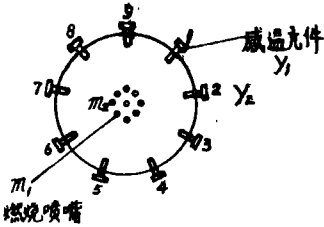


图 5

图 5 所示的环形加热炉就是其中的一例。系统中共有 9 个燃烧喷嘴，安装 9 个感温元件，燃烧气体及助燃空气通过燃烧喷嘴而将炉子加热，这个对象非常近似于奇异对象。即

$$\begin{aligned} Y_1 &= G_{11}(s)m_1 + G_{12}(s)m_2 + \cdots + G_{19}(s)m_9 \\ Y_2 &= G_{21}(s)m_1 + G_{22}(s)m_2 + \cdots + G_{29}(s)m_9 \\ &\vdots \\ Y_9 &= G_{91}(s)m_1 + G_{92}(s)m_2 + \cdots + G_{99}(s)m_9 \end{aligned}$$

由于所有 $G_{ij}(s)$ 均相等，所以上述诸式相加，得

$$\sum_{i=1}^9 Y_i = G_{11}(s) \sum_{i=1}^9 m_i$$

记

$$\bar{Y} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 Y_i, \quad \bar{m} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 m_i$$

则这个 9×9 耦合对象可以演变成一个 1×1 的单一对象

$$\bar{Y} = G_{11}(s) \bar{m}$$

正因为工业过程控制系统要求解耦的系统一般都是非奇异的，所以论文[1]介绍的方法具有普遍的意义。

参 考 文 献

- [1] 王永初, 解耦控制中的一个难题——奇异问题的工程解耦, 仪器仪表学报, 2 (1986).
- [2] 王永初著, 解耦控制系统, 四川科学技术出版社, (1986).
- [3] 王永初, 吴茂绩, 潘秦秀, 除氧器压力控制系统的改进设计, 化工自动化及仪表, 2 (1984).
- [4] Patel, R. V., Multivariable System Theory and Design, Pergamon Press, (1982).
- [5] Davison, E. J. and Ferguson, I. J., The Design of Controller for the Multivariable Robust Servomechanism Problem Using Parameter Optimization Method's, IEEE. Trans. Automat., AC-26 (1981).
- [6] Talb, P. L. and Wolovich, W. A., Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems, IEEE. Trans. Automat., AC-12 (1969).

A Study on Engineering Decoupling Method

Wang Yongchu

Abstract

In this paper, the principle, structure and application of inverse matrix decoupling and dynamic complementary decoupling and discussed. The dynamic complementary decoupling, presented by the author, may be used in the design of non-singular as well as singular process control system.

The stability of decoupling network D may be settled up closed loop nonlocating method or by converting multivariable singular system into single input and single output system.