

土的弹塑性本构模型参数计算方法

孙 亚 平

(土木工程系)

摘 要

本文根据黄文熙教授建议的从试验资料直接确定土的加工硬化规律与屈服函数的方法,研究了确定弹塑性模型参数的简化与程式化,介绍了一种简易的解析解法,通过实际算例说明这种简易计算方法的应用。

一、引 言

在建立土的本构关系时,过去经常的作法是选用一个加工硬化定律和屈服函数,然后用正交规则来检验这些选择的正确性。但是这种方法不能保证解的唯一性。

黄文熙教授提出了从试验资料直接确定加工硬化规律和屈服函数的方法,清华大学在此基础上的研究得出了土的屈服面为比例椭圆族的假定,並存在有方向对应特性,研究了确定弹塑性模型参数方法的简化与程式化,运用统计学原理推导了满足相适应流动法则时屈服函数及硬化参数的理论公式,公式中模型参数的求解步骤、计算公式及最优化方法。

本文介绍以上方法的简易计算,通过算例说明这种简易计算方法的应用。

二、流动规则与加工硬化规律

流动规则也称正交定律,它假定经过应力空间中任何一点 M , 必有一塑性势面 g

$$g(\sigma_{ij}, h) = 0 \quad (1)$$

这个面在 p - q 平面上为一塑性势线

$$g(p, q, h) = 0 \quad (2)$$

而上述任意点 M 处的塑性应变增量与该点处的应力有着下列正交关系,即

本文1986年5月27日收到。

$$\delta \varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

在 p - q 平面上为

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon_i^p &= d\lambda \frac{\partial g}{\partial p} \\ \delta \varepsilon^p &= d\lambda \frac{\partial g}{\partial q} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $d\lambda$ 是一个确定应变增量大小的函数。

加工硬化规律是决定一个给定应力增量引起塑性应变增量的一条准则。在流动规则中 $d\lambda$ 这个因素可以假定为

$$d\lambda = \frac{1}{A^*} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = - \frac{1}{A^*} \frac{\partial f}{\partial h} dh \quad (5)$$

其中 f 是屈服函数, A^* 是硬化参数 h 的函数。对于 $h = h(\varepsilon_i^p, \varepsilon^p)$ 类型的硬化参数有

$$A^* = - \frac{\partial f}{\partial h} \left[\frac{\partial h}{\partial \varepsilon_i^p} \frac{\partial g}{\partial p} + \frac{\partial h}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial q} \right] \quad (6)$$

只要确定了屈服函数 f , 塑性势面 g 及加工硬化参数 h , 土的弹塑性应力应变关系也就确定了。而相适应流动法则进一步规定 $f = g$ 。

三、比例椭圆屈服面与方向对应特性

研究学者们的研究成果与他们建议的土的屈服面的各种模型, 根据清华大学与水科院的试验资料, 对于不同密度砂、正常固结粘土与击实粘土, 在 $\sigma \leq 800\text{kPa}$ 条件下, 满足相适应流动法则的屈服面形式为一 p - q 平面上的比例椭圆族

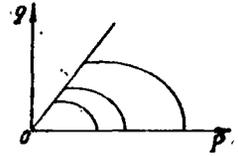


图 1

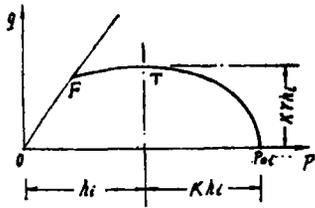


图 2

$$f = g = \left(\frac{p-h}{kh} \right)^2 + \left(\frac{q}{krh} \right)^2 - 1 = 0 \quad (7)$$

式中, h 为硬化参数, k, r 为椭圆参数。如图 1、2 所示。

由方程 (7) 微分可得, 满足相适应流动法则时, 任意点 i 处的应变增量方向角 α_i 等于该点处塑性势面切线倾角 w_i , 且应变方向 w_i 与应力比 x_i 之间存在以下对应关系

$$\alpha_i = w_i = \arctg \left\{ -Ax_i + \frac{A}{B} \left[-x_i + \sqrt{x_i^2(1+B) + B/A} \right] \right\} \quad (8)$$

式中, $x_i = p_i/q_i$, $A=r^2$, $B=k^2-1$, 式 (8) 表示了应变方向与应力比之间存在着方向对应特性, 利用这一原理, 我们可以通过三轴试验, 求出各点的 x_i 与 w_i , 用于确定比例椭圆屈服面的参数 r, k 。

四、屈服面椭圆参数 r、k 的求解

在 $w-1/x$ 坐标系上, 各实测点应变方向角 $z_i = \arctg\left(-\frac{d\varepsilon_i^p}{d\varepsilon^p}\right)$ 与该点的应力比 $\frac{1}{x_i} = \frac{q_i}{p_i}$ 可以用一个点 $\left(\frac{1}{x_i}, z_i\right)$ 来表示, 将各实验点在坐标系中标出如图 4。由方程 (8) 看出, 满足相适应流动法则且屈服面为比例椭圆族 (7) 时, 各实测点的坐标 $\left(\frac{1}{x_i}, z_i\right)$ 必须落在方向对应特性曲线 (8) 上。

但由于实验点会有一些的离散, 在文 [4] 中曾介绍如何使用数理统计原理来拟合方向对应曲线 (8), 即用一种改进的最小二乘法——正态拟合法来求出曲线 (8) 的参数 A、B, 从而确定比例椭圆族的椭圆参数 r、k, 以确定塑性势函数 g 即屈服函数 f。本文将利用这一原则, 在后面部分介绍一种较为简单的近似性解析解法。

五、加工硬化等效特性与硬化参数公式型式

由图 2 看出, 每个屈服面上的硬化参数 h_i 对应该屈服面上的等向固结点 p_{oi} , 且硬化参数 h_i 可写为

$$h_i = \frac{P_{oi}}{1+k} \tag{9}$$

另一方面, 硬化参数 h 作为土体应力应变的历史记录, 微观上是土体颗粒相对位置不可恢复的变化造成的, 在宏观上则表现为塑性体应变 ε^p 与塑性剪应变 ε^s 。容易理解, 同一屈服面 i 上各点 j 所可能具有的各组塑性应变 $(\varepsilon_j^s, \varepsilon_j^p)$ 产生了相同的硬化特性, 因此必然等效于该屈服面的 $\varepsilon_{j,oi}^s, \varepsilon_{j,oi}^p$ 是指等向固结路径下达到指定屈服面 f_i , 即达到图 2 中 p_{oi} 时的塑性体应变, 我们称 $\varepsilon_{j,oi}^p$ 为 f_i 上的等效塑性体应变, 这时的正应力 P_{oi} 称为等效应力。由式 (7) 得

$$P_{oi} = \frac{-p_i + \sqrt{p_i^2 + B(p_i^2 + q_i^2/A)}}{k-1} \tag{10}$$

上述加工硬化等效特性用数学式表示

$$\varepsilon_{j,oi}^p = V(\varepsilon_j^s, \varepsilon_j^p) \tag{11}$$

利用这一等效特性, 可以得出硬化参数的理论解。记 $\varepsilon_{j,oi}^p - p_{oi}$ 关系为

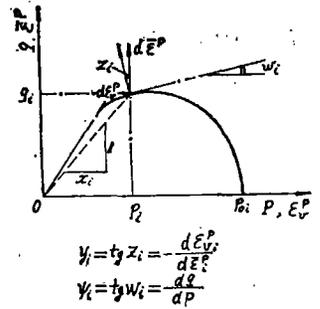


图 3

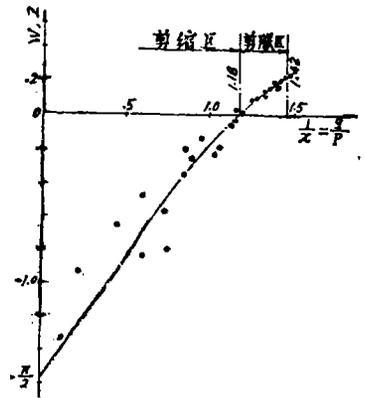
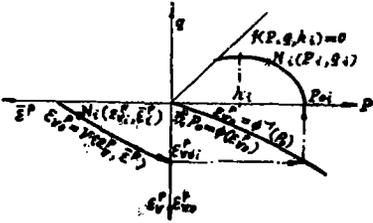


图 4 中密砂应变方向与应力比的关系

$$\varepsilon_{p,0}^p = \phi^{-1}(p_0) \quad \text{或} \quad p_0 = \phi(\varepsilon_{p,0}^p) \quad (12)$$

这样,若某一点上的塑性变形已知,则由式(11)、(12)、(9)马上可以得出通过该点的屈服面硬化参数为



$$h = \frac{1}{1+k} \phi(V(\varepsilon_{p,0}^p, \varepsilon^p)) \quad (13)$$

图 5 箭头所表示的为求解硬化参数理论公式(13)的思路。

注意到公式(12)实际上表示静水压下塑性应变 $\varepsilon_{p,0}^p$ 与固结压力 p_0 的关系。现在通常采用的 ϕ 有以下三类:

图 5 硬化参数理论公式推导原理

第 I 类,指数型:

$$\begin{cases} \varepsilon_{p,0}^p = \phi^{-1}(p_0) = m_4 \left(\frac{p_0}{p_a} \right)^{m_5} - m_6 \\ p_0 = \phi(\varepsilon_{p,0}^p) = p_a \left(\frac{\varepsilon_{p,0}^p + m_6}{m_4} \right)^{\frac{1}{m_5}} \end{cases} \quad (\text{I}-0)$$

第 II 类,对数型:

$$\begin{cases} \varepsilon_{p,0}^p = \phi^{-1}(p_0) = m_4 \ln \left(\frac{p_0}{p_a} + m_6 \right) - m_5 \\ p_0 = \phi(\varepsilon_{p,0}^p) = p_a \left[\exp \left(\frac{\varepsilon_{p,0}^p + m_5}{m_4} \right) - m_6 \right] \end{cases} \quad (\text{II}-0)$$

第 III 类,归零对数型:

$$\begin{cases} \varepsilon_{p,0}^p = \phi^{-1}(p_0) = m_4 \ln \left(1 + \frac{p_0}{m_5 p_a} \right) \\ p_0 = \phi(\varepsilon_{p,0}^p) = m_5 p_a \left[\exp \left(\frac{\varepsilon_{p,0}^p}{m_4} \right) - 1 \right] \end{cases} \quad (\text{III}-0)$$

式中 p_a 为大气压, m_4 、 m_5 、 m_6 为待定参数。

以上三类公式现在都有人使用,至于对于各种不同土料,以上公式那一个能更好地反映土的 $\varepsilon_{p,0}^p - p_0$ 关系,尚有待于进一步研究。

为了求解加工硬化等效特性方程式(9),可采用归一化方法。方程(11)在 $\varepsilon_{p,0}^p - \varepsilon^p$ 空间中为曲线族 L_1, L_2, \dots, L_n ,如图 6 所示,如果某一屈服面 f_i 上有足够的试验点,则不难画出 L_i 。但是由于实验点是有限的,所以曾有人使用等值线方法研究等效特性方程(11)。我们可以利用归一化方法将反映等效特性的曲线族(11)变为单一模化等效特性曲线

$$\epsilon_1 = f^*(\epsilon_2) \text{ 且 } f^*(0) = 1$$

式中, $\epsilon_1 = \epsilon_1^p / \epsilon_1^0$, $\epsilon_2 = \epsilon^p / \epsilon_0^p$, 分别为模化体应变与模化剪应变。

将 f^* 写为幂级数形式

$$\epsilon_1 = 1 + \sum_{i=1}^n A_i \epsilon_2^i \tag{15}$$

就目前试验精度与工程实用而言, 取一阶或二阶近似就已经足够了。在计算中写为

$$\text{一阶式 } \epsilon_1 = 1 + m_3 \epsilon_2 \tag{16}$$

$$\text{二阶式 } \epsilon_1 = 1 + m_3 \epsilon_2 + m_2 \epsilon_2^2 \tag{17}$$

与之相应有一阶解原型

$$\begin{aligned} \epsilon_{10}^p &= V(\epsilon_0^p, \epsilon^p) \\ &= \epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p \end{aligned} \tag{18}$$

二阶解原型

$$\begin{aligned} \epsilon_{10}^p &= V(\epsilon_0^p, \epsilon^p) \\ &= \frac{\epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p + \sqrt{(\epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p)^2 - 4m_2(\epsilon^p)^2}}{2} \end{aligned} \tag{19}$$

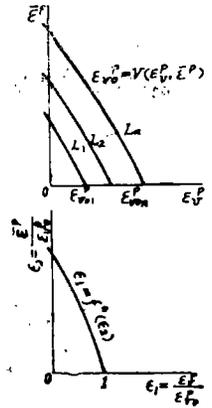


图 6

利用上述三个 ϕ 的公式及 V 的一阶或二阶解式 (18)、式 (19) 代入硬化参数理论公式 (13) 可以分别得到第 I、II、III 硬化参数理论公式的一阶解或二阶解, 依次记为 (I-1)、(I-2)、(II-1)、(II-2)、(III-1)、(III-2);

$$h = \frac{p_a}{1+k} \left[\frac{m_0 + \epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p}{m_4} \right]^{\frac{1}{n_5}} \tag{I-1}$$

$$h = \frac{p_a}{1+k} \left[\frac{m_0 + \epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p + \sqrt{(\epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p)^2 - 4m_2(\epsilon^p)^2}}{2m_4} \right]^{\frac{1}{n_5}} \tag{I-2}$$

$$h = \frac{p_a}{1+k} \left[\exp \left(\frac{m_5 + \epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p}{m_4} \right) - m_0 \right] \tag{II-1}$$

$$h = \frac{p_a}{1+k} \left[\exp \left(\frac{m_5 + \epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p + \sqrt{(\epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p)^2 - 4m_2(\epsilon^p)^2}}{2m_4} \right) - m_0 \right] \tag{II-2}$$

$$h = \frac{m_5 p_a}{1+k} \left[\exp \left(\frac{\epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p}{m_4} \right) - 1 \right] \tag{III-1}$$

$$h = \frac{m_5 p_a}{1+k} \left[\exp \left(\frac{\epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p + \sqrt{(\epsilon_0^p - m_3 \epsilon^p)^2 - 4m_2(\epsilon^p)^2}}{2m_4} \right) - 1 \right] \tag{III-2}$$

六、硬化参数公式中系数的确定

在文献 [4] 中曾建议利用实验数据对上述各硬化参数公式系数最优化的计算方法。即

一方面由屈服面方程 (7) 及某点应力 (p_i, q_i) 算出该屈服面的硬化参数 $h_i^{(f)}$:

$$h_i^{(f)} = \frac{-p_i + \sqrt{p_i^2 + B(p_i^2 + q_i^2/A)}}{B} \quad (20)$$

另一方面由硬化参数理论公式及该点的塑性应变 ($\epsilon^p_i, \epsilon^p_i$) 也能算出该屈服面的硬化参数 $h_i^{(d)}$, 利用统计学方法对硬化参数理论公式进行最优化, 使 $h_i^{(d)}$ 尽量接近 $h_i^{(f)}$, 即可得出全部需要的参数 m_2, m_3, \dots, m_6 , 从而确定土的硬化参数公式, 以用于土的弹塑性计算。最优化过程采用一种改进的最小二乘法——正态拟合法, 全部计算配有计算机程序。

七、解析法求屈服面椭圆参数 k, r

为确定 k, r , 利用方程 (8) 及与之相应的应变方向与应力比关系图 (图 4) 求出系数 A, B 。由于方程 (8) 系数尚未确定, 我们利用实验点画出相应的 ($w - \frac{1}{x}$) 回归曲线, 在图上取两点解联立方程, 一般可以取 ($\frac{1}{x} = \frac{1}{x_0}, z_0 = 0$) 与 ($\frac{1}{x} = \frac{1}{x_m}, z = z_m$) 即相当于图 2 中比例椭圆屈服面的顶点 T 及破坏点 F 。也可取 ($\frac{1}{x} = \frac{1}{x_0}, z_0 = 0$) 及任意一点 ($\frac{1}{x} = \frac{1}{x_1}, z = z_1$)。

以 ($\frac{1}{x} = \frac{1}{x_0}, z_0 = 0$) 代入方程 (8) 得

$$-Ax_0 + \frac{A}{B}(-x_0 + \sqrt{x_0^2(1+B) + B/A}) = 0 \quad (21)$$

整理得

$$x_0^2 = \frac{1}{A(B+1)} \quad (22)$$

将破坏点 ($\frac{1}{x_m}, z_m$) 代入方程 (8) 得与式 (21) 类似方程, 并与式 (22) 联立得

$$x_0^2 y_m^2 (B+1)^2 + (2y_m x_m - x_0^2 y_m^2)(B+1) + \frac{x_m^2}{x_0^2} - 1 = 0 \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k^2 &= \frac{x_0^2 y_m^2 - 2y_m x_m + \sqrt{(x_0^2 y_m^2 - 2y_m x_m)^2 - 4y_m^2 (x_m^2 - x_0^2)}}{2x_0^2 y_m^2} \\ r &= \frac{1}{kx_0} \end{aligned} \right. \quad (24)$$

式 (24) 中由于 $x_0 > x_m$, 舍去二次方程的负值解。

八、解析法求硬化参数公式的系数

除了用最优化方法求解硬化参数公式参数 m_2, m_3, \dots, m_6 之外, 还有一种简化的近似解法。与前述方法不同, 不是对公式 (13) 直接优化, 而是分别确定公式 (13) 中函数 ϕ 与函数 V 。求解公式 (12) 中函数 ϕ 可以利用等向固结试验资料, 用双对数坐标求公式 (I-0) 中的参数 m_4, m_5, m_6 或用半对数坐标求公式 (II-0)、(III-0) 中的参数 m_4, m_5, m_6 。这种方法一般比较为大家所熟知, 本文不再详细介绍。在求出 ϕ 之后, 接下来便可确定函数 V 。对于每个实验点 $(p_i, q_i, \epsilon'_{1i}, \epsilon'_{2i})$ 利用公式 (10) 可以求出其等效应力 p_{oi} , 用公式 (12) 可以算出其等效塑性体应变 ϵ'_{oi} , 将该点的塑性应变变化为模化塑性体应变 ϵ_{1i} 与模化塑性剪应变 ϵ_{2i} , 将全部试验结果的 (ϵ_1, ϵ_2)

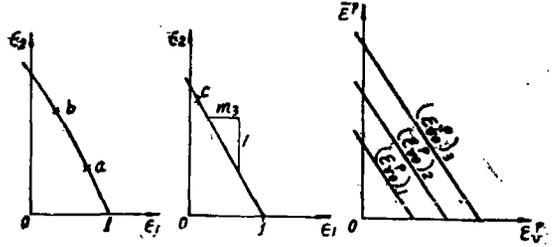


图 7

图 8

图 9

在坐标系 $\epsilon_1-\epsilon_2$ 上标出, 再画出其拟合曲线如图 7 所示。

1. 二阶解的近似解法—— m_2, m_3 的确定

一般说来, 图 7 中各点 (ϵ_1, ϵ_2) 的拟合曲线为二次曲线, 可以用方程 (17) 表示。取曲线上三点: $(1, 0)$ 及 $a(\epsilon_{1a}, \epsilon_{2a}), b(\epsilon_{1b}, \epsilon_{2b})$ 则抛物线方程为

$$\epsilon_1 = \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_{2a})(\epsilon_2 - \epsilon_{2b})}{\epsilon_{2a} \cdot \epsilon_{2b}} + \frac{\epsilon_2(\epsilon_2 - \epsilon_{2b})\epsilon_{1a}}{\epsilon_{2a}(\epsilon_{2a} - \epsilon_{2b})} + \frac{\epsilon_2(\epsilon_2 - \epsilon_{2a})\epsilon_{1b}}{\epsilon_{2b}(\epsilon_{2b} - \epsilon_{2a})} \tag{25}$$

整理后得公式 (17) 中系数 m_2, m_3

$$\begin{cases} m_2 = \frac{\epsilon_{2a} - \epsilon_{2b} + \epsilon_{2b} \cdot \epsilon_{1a} - \epsilon_{2a} \epsilon_{1b}}{\epsilon_{2a} \cdot \epsilon_{2b} (\epsilon_{2a} - \epsilon_{2b})} \\ m_3 = \frac{\epsilon_{2a}^2 (\epsilon_{1b} - 1) + \epsilon_{2b}^2 (1 - \epsilon_{1a})}{\epsilon_{2a} \cdot \epsilon_{2b} (\epsilon_{2a} - \epsilon_{2b})} \end{cases} \tag{26}$$

代入式 (19) 即得到加工硬化等效特性公式二阶解, 代入式 (13) 得各类硬化参数公式二阶解。

2. 一阶解近似解法—— m_3 的确定

对于 $\epsilon_1-\epsilon_2$ 关系接近于直线的方程可以采用一阶近似, 即用方程 (16) 及与之相应的一阶原型公式 (18), 这时仅需确定直线方程斜率 m_3 。

(1) 图解法求 m_3 :

用直线 (16) 近似拟合 $\epsilon_1-\epsilon_2$ 关系, 在直线上任找出一一点 $c(\epsilon_{1c}, \epsilon_{2c})$, 如图 8, 则

$$m_3 = \frac{\epsilon_{1c} - 1}{\epsilon_{2c}} \tag{27}$$

代入一阶原型公式 (18) 即得加工硬化等效特性公式一阶解 V 。

(2) 利用土的破坏状态求 m_3 :

若土的加工硬化等效特性符合公式(18)

$$\varepsilon_{\cdot\cdot}^* = \varepsilon_{\cdot\cdot}^* - m_3 v^p$$

由式(13), 则硬化参数公式

$$h = \frac{1}{1+k} \phi(\varepsilon_{\cdot\cdot}^*) = \frac{1}{1+k} \phi(\varepsilon_{\cdot\cdot}^* - m_3 v^p) \quad (28)$$

容易证明

$$\frac{\partial h}{\partial v^p} = -m_3 \frac{\partial h}{\partial \varepsilon_{\cdot\cdot}^*} \quad (29)$$

由图3看出, 满足相适应流动法则时, 塑性变形方向 $y = \psi$, 且

$$y = \psi = \frac{dq}{dp} = -\frac{\frac{\partial g}{\partial p}}{\frac{\partial g}{\partial q}} \quad (30)$$

在三轴试验中, 当应力比 q/p 达到某一数值 q_m/p_m 时, 使得 $y = -m_3$, 则此时

$$\frac{\partial g}{\partial p} = m_3 \frac{\partial g}{\partial q} \quad (31)$$

这时公式(6)中 $A^* = 0$, 而使由公式(4)、(5)算出的塑性变形 $\delta \varepsilon_{\cdot\cdot}^*$ 、 δv^p 趋于无穷, 试验现象为轴力不再增大, 而试件变形不断增大, 试件破坏。

从加工硬化的角度看, 当塑性变形方向为

$$\frac{d\varepsilon_{\cdot\cdot}^*}{dv^p} = -y = m_3$$

时, 试件变形在图9中顺着 m_3 方向而不改变试件塑性势的大小, 因为此时

$$d\varepsilon_{\cdot\cdot}^* = d\varepsilon_{\cdot\cdot}^* - m_3 dv^p = 0 \quad (32)$$

即 $dh = 0$, 试件不发生硬化无法承受更大的应力。

利用上述这一试件破坏的特征, 我们有确定 m_3 的简便方法。在图4所示的 $\frac{1}{x} - w$ 坐标

标图上找到试件的破坏点 $(\frac{1}{x_m}, z_m)$, 按上述分析及图3定义, $y_m = \text{tg} z_m$ 为破坏时的塑性应变增量方向, 故

$$m_3 = -y_m = -\text{tg} z_m \quad (33)$$

九、算 例

以清华大学水利系土工实验室所做的中密承德砂实验资料为例, 说明本文介绍方法的应用。

试验用承德砂的平均粒径 $d_{50} = 0.18mm$ ，均匀系数 $\frac{d_{60}}{d_{10}} = 2.8$ ；颗粒比重 $G_s = 2.63$ ；最大孔隙比 $e_{max} = 0.80$ ；最小孔隙比 $e_{min} = 0.40$ ；所制试件采用水中振动撒砂法，试件干容重 $r_d = 17.0kN/m^3$ ；相对密度 $Dr = 64\%$ 。

采用本文七、介绍方法计算 k 、 r 、 ϕ 函数用归零对数型 (III-0)， V 函数采用一阶解 (18)，其中系数 m_3 解法采用八、2。(2) 所述的方法，利用土的破坏状态求 m_3 。

中密砂塑性应变增量方向与应力比关系如图 4，由图中查得

$$\frac{1}{x_0} = 1.18$$

$$\frac{1}{x_m} = 1.42 \quad z_m = 0.24$$

(1) 求 k 、 r 、 m_3 ：

将上述数值代入式 (24) 求得

$$k = 1.036, r = 1.14$$

由式 (33) 得

$$m_3 = -\text{tg} z_m = -0.245$$

(2) 求 m_4 、 m_5 ：

中密砂应力应变关系整理成 $q-\epsilon^p$ ，

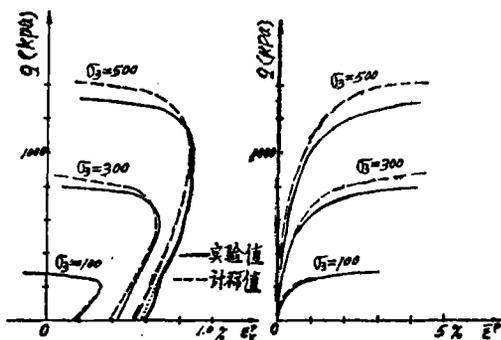


图 10 中密砂 $q-\epsilon^p_{v(a)}$ 、 $q-\epsilon^p_{v(b)}$ 的实验值与计算值对比

$q-\epsilon^p$ 曲线如图 10(a)、(b)，相应于固结状态的 ϵ^p_0 。在图 10(a) 中查得。

在图 10(a) 中， $p_0 = 500kpa$ 曲线在起始段不正常，故利用平滑曲线延长 $q-\epsilon^p$ 曲线中段 (图中的...线)，得出表 1 中 (2) 行的修正值 0.57 用于计算。

表 1

(1) p (kpa)	100	300	500
(2) 计算用 $\epsilon^p_{v_0}$ (%)	0.17	0.42	0.57
(3) 用 m_4 、 m_5 确定的 ϕ 公式 III (-0) 计算的 $\epsilon^p_{v_0}$ (%)	0.176	0.46	0.57

的...线)，得出表 1 中 (2) 行的修正值 0.57 用于计算。

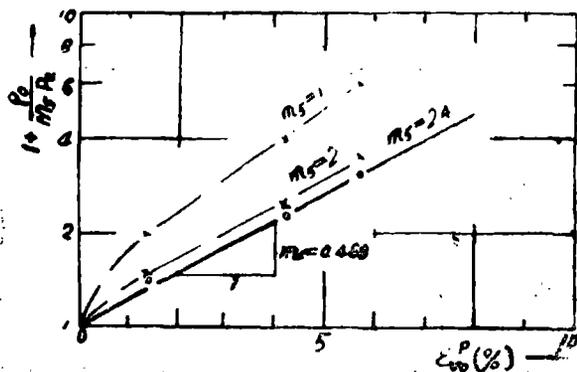


图 11

将表 1 结果在 $\epsilon^p_0 - \ln(1 +$

$\frac{p_0}{m_5 p_a})$ 坐标上画出，调整 m_5 值 (III-0) 的关系在半对数纸上接近一直线，见图 11。其斜率即为 m_4 图解得出

$$\begin{cases} m_4 = 0.468 \\ m_5 = 2.4 \end{cases}$$

代入式 (III-0) 得 $\epsilon^p_0 = \phi^{-1}(p_0)$

公式, 将计算结果列于表1中第(3)栏, 发现与第(2)栏数值接近。

将所算得参数 k 、 r 代入式(7), 得屈服面比例椭圆方程, 其中硬化参数 h 可将上面所算出的 m_3 、 m_4 、 m_5 代入式(III-1)求得。将所确定的本构模型利用式(4)、(5)、(6)进行积分计算, 将计算结果画于图10中与试验值进行比较。结果发现用本文介绍的简易算法能满足精度要求。

十、结 论

1. 黄文熙教授提出土的弹塑性本构模型说明土的塑性势面 g 可以从实验资料中唯一加以确定, 而与加工硬化规律或硬化参数形式选择无关。适当选择硬化参数 h , 可以使屈服面和塑性势面 g 一致, 从而唯一地确定土的弹塑性模量矩阵, 用于有限单元法计算。本文在此基础上阐明塑性势面 g 的标准形式取为一比例椭圆族时, 可以利用方向对应特性求解椭圆参数 k 、 r 。给出了从实验数据计算椭圆参数的程式化方法。通过分析土的加工硬化等效特性, 利用归一化方法求解加工硬化等效特性, 给出硬化参数 h 的理论公式与三类硬化参数的一、二阶解。

2. 除了介绍利用统计学原理计算上述塑性势面 g 及硬化参数 h 的有关参数, 本文着重介绍一种确定诸参数的解析解法。计算结果与实验结果对照, 能满足精度要求。

本文是黄文熙教授指导下清华大学土力学教研组对土的弹塑性本构模型研究的一部分, 解析解法曾经过濮家骝老师校对整理, 编制程序, 1982年以来在教研组内及其它场合使用及检查。实验资料由清华大学土力学实验室提供, 部分计算由王建国同志协助完成, 研究工作得到清华大学土力学教研组许多同志指导与帮助, 在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- (1) 黄文熙、濮家骝、陈愈炯, 土的硬化规律和屈服函数, 岩土工程学报, 3, 3(1981)。
- (2) 黄文熙主编, 土的工程性质, 水利电力出版社, (1983)。
- (3) 魏汝龙, 正常压密粘土的本构定律, 岩土工程学报, 3, 3(1981)。
- (4) 孙亚平, 确定土的弹塑性本构模型参数的研究, 1983年全国水电中青年科技干部报告会论文选集, (1983)。

Procedure for Calculating the Parameters of the Elasto-Plastic Constitutive Model of Soils

Sun Yong

Abstract

In this Paper, the procedure for determining the parameters of elasto-plastic model of soils is formularized. It is a simplifier of the method put forward by Professor Huang Wenxi for determining the workhardening law and yield function of soils directly from experimental data. A simple method of analysis is introduced here- with practical examples.