第6卷 第4期
1985年11月

华侨大学学报
JOURNAL OF HUAQIAO UNIVERSITY

Vol.6 No.4
Nov. 1985

精密机械中的计算机模拟精度分析

陈希达　　陈宝珊

（精密机械工程系）

摘　　要

本文提出一个精密机械精度分析的Monte—Carlo模拟方法。文章讨论了几种常见数值分布随机数的产生原理，给出计算机模拟分析原理及模拟分析程序。文中列举一个实例，经PDP—11/34计算机运行通过，结果表明，用计算机模拟分析精度可弥补现有精度分析方法的不足。

一、引　　言

在精密机械加工过程中，影响零件加工精度的各种因素通常是服从于不同概率分布的随机变量。这些随机变量与加工精度的关系或是确定性的函数关系、或是非确定性的相关关系。当它们之间的关系经过试验及理论分析得到确定，各随机变量的概率分布已知，如何来计算加工精度是一个非常有意义的问题。苏联科学院院士 Н. А. Бородачев 曾进行大量研究工作[1]，他引入分布非正态系数及分布不对称系数，来计算精度。这种方法虽具有简便优点，但计算精度比较差，不能知道误差分布情况。在计算技术飞速发展的今天，用计算机来模拟各种随机误差分布，靠计算机来分析精度，将是一个发展方向。本文利用Monte—Carlo模拟方法，通过计算机产生各种随机数，计算误差的可能取值，求出精度的可靠性，打印误差分布直方图，同时决定因变量的取值区间，从而对已知允许范围的因变量求可靠性。这种思想适合于机械加工中的许多情况，诸如尺寸链分析和工艺链分析等。本文针对机械加工中常见的几种数值分布编制了相应的计算机程序。为了便于使用，文中也给出精度分析程序以及直方图打印程序。

二、随机变量的几种常见分布

机械加工过程中所作的大量研究表明，在调定的机床上加工的零件，其实际尺寸的分布大多服从正态分布规律[1]（图3），但对于某些特定情况，其尺寸的分布並不服从正态分布，而是等概率分布（图1）或辛泊松分布（图2）。对于象跳动、对称度、同轴度、平行度和垂直度这样的形位误差却又服从偏心分布（图4）或差数模分布规律[1]（图5）。文献

本文1985年6月17日收到。

[3]还介绍了一些其它分布规律，因篇幅限制，本文不一一讨论。其处理方法完全一样。

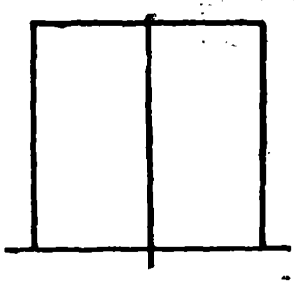

图 1　均匀分布

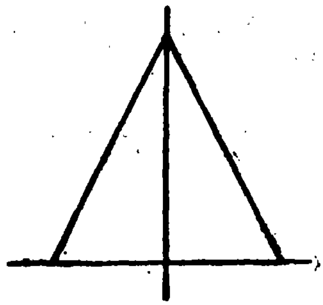

图 2　辛泊松分布

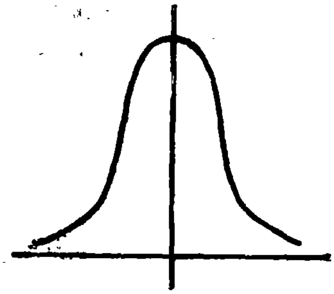

图 3　正态分布

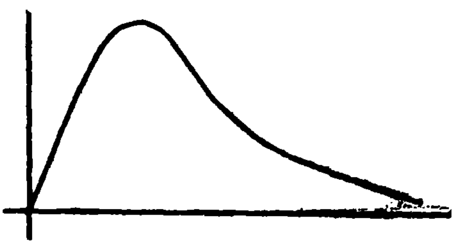

图 4　偏心分布

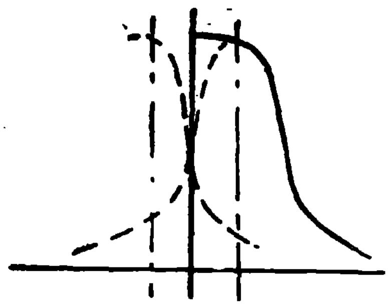

图 5　差数模分布

三、Monte—Carlo 模拟随机数的产生

用 Monte—Carlo 方法模拟一个实践问题，用到大量的各种不同分布随机数。因此，寻求产生各种不同分布随机数的途径就成了Monte—Carlo模拟分析的一个关键问题。一般情况下，利用数学方法在通用的计算机上产生（0,1）均匀分布随机数，经过一定变换可产生其他分布的随机数。

1.均匀分布随机数的产生

常见（0,1）区间均匀分布随机数的产生方法有乘同余法或混合同余法[5]。对乘同余法，其随机数序列的迭代计算公式为

$$X_i \equiv AX_{i-1}\ (\mathrm{mod} M) \tag{1}$$

$$r_i = X_i M^{-1} \qquad (i=1,2,\cdots) \tag{2}$$

其中 A, M, X_0 是选定使随机数序列周期最长且随机数相关性最小的三个常数。对 PDP—11/34 计算机，其双精度尾数长度为 17 位有效数值，我们取 $M=2^{37}$，$A=2^{18}-3$，X_0 取小于 M 的正奇数。

当随机数列服从（a,b）区间均匀分布时，可令

$$t_i = a + (b-a) r_i \tag{3}$$

则 t_i 即为所求的随机数列。

2.辛泊松分布随机数的产生

辛泊松分布概率密度函数是

$$f(x)=\begin{cases}1-x & 1\geqslant x>0\\ 1+x & 0\geqslant x>-1\\ 0 & \text{其它}\end{cases} \tag{4}$$

式4是（-1,1）区间辛泊松分布，我们若令 u 为辛泊松分布随机数，则我们可编制该随机数产生流程图（图6）。

若要产生（a、b）区间的辛泊松分布随机数列，可令

$$x = (a+b)/2 + u(b-a)/2 \tag{5}$$

则 x 就是所求的随机数列。

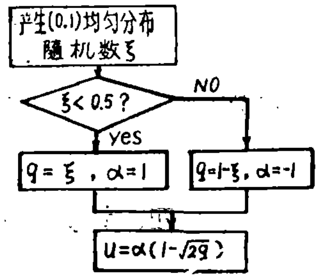

图6　辛泊松分布随机数列产生框图

3.正态分布随机数列的产生

设 r_1，r_2，…，r_{12} 为相互独立的均匀分布随机数列，则根据 Ляпунов 中心极限定理[3]，当

$$u = r_1 + r_2 + \cdots + r_{12} - 6 \tag{6}$$

时，u 的分布可作为均值为0，方差为1的正态分布随机数列。

利用这种方法产生的随机数列能较好地逼近正态分布，但产生一个正态随机数列，所需用计算机时数较多。我们若利用有理分式逼近正态分布函数的逆函数来产生正态 $N(0,1)$ 分布随机数列，所需计算机时数较少，其产生流程图见图7。

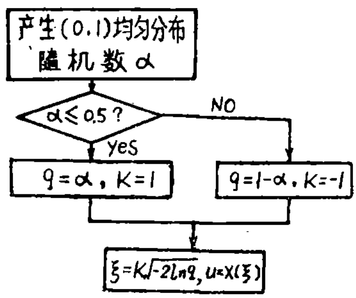

图7　正态分布随机数列产生框图

图7中 $x(\xi)=\xi-\left(\dfrac{m_0+m_1\xi+m_2\xi^2}{1+n_1\xi+n_2\xi^2+n_3\xi^3}\right)$

$m_0 = 2.515517$　　　$n_1 = 1.432788$

$m_1 = 0.802853$　　　$n_2 = 0.189269$

$m_2 = 0.010328$　　　$n_2 = 0.001308$

若我们需产生 $M(a,\sigma^2)$ 正态分布，则我们令 $u=\sigma x+a$，则 u 即是我们所需的正态分布数列。

4.偏心分布随机数列的产生

偏心分布概率密度函数为

$$f(x)=\frac{x}{\sigma_0}e^{-\frac{x}{2\sigma_0^2}} \tag{7}$$

这时其随机数列产生框图见图8。

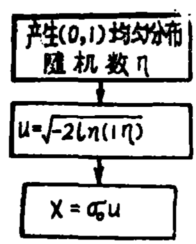

图8　偏心分布随机数产生流程图

5.差数模分布随机数列的产生

差数模分布概率密度函数为[3]

$$f(\rho)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}}+e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}}\right] \tag{8}$$

我们令：

$$q=\int_0^{\rho(q)}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}}+e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}}\right]d\rho \tag{9}$$

$$\alpha=\int_0^{\rho(\alpha)}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}}d\rho \tag{10}$$

$$\beta=\int_0^{\rho(\beta)}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}}d\rho \tag{11}$$

则随机数列产生流程图如图 9。

四、计算机模拟精度分析原理

金属切削加工精度是由加工总误差的大小决定的。总误差的大小由一系列因素共同影响而产生，这些因素包括：刀具尺寸磨损所产生的加工误差Δ_1；由机床几何形状精度引起的加工误差Δ_2；由工艺系统热变形引起的加工误差Δ_3；由工艺系统弹性变形引起的加工误差Δ_4；毛坯在夹具中的安装误差Δ_5；机床调整误差Δ_6。这些误差彼此无关。误差Δ_1，Δ_2和Δ_3是按一定规律变化的系统误差，误差Δ_4，Δ_5和Δ_6是服从于某种分布规律的随机误差。

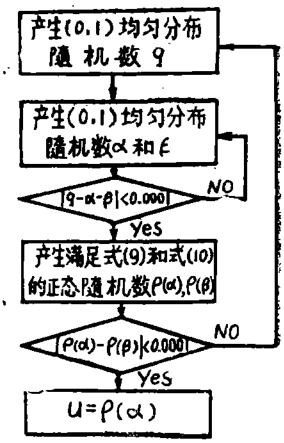

图 9 差数横分布随机数列产生框图

通常，误差的综合有概率法和代数法两种。对服从各种概率分布的随机误差，目前常用的方法仍是苏联科学院院士Н.А.Бородачев提出的修正系数法[3]。该方法不足之处是误差综合值在各个区间的分布情况不知。我们利用Monte—Carlo方法在计算机上产生随机数列，计算保证加工精度的可靠性，求出误差的分布情况，从而帮助工艺人员分析加工情况，及时改进加工工艺，调整工装。

机械加工中另一类引起加工误差的原因是在前道工序的传递误差。若设传递误差为输入，加工误差为输出，对某一道工序而言，输入误差与输出误差之间有存在下列关系：

$$y=ax+b \tag{12}$$

式中 x——输入误差

a——传递系数

b——工艺系统固有误差

y——输出误差

当输入误差及工艺系统固有误差的概率分布已知，利用Monte—Carlo方法分析输出误差，可以决定加工精度的可靠性及加工误差分布直方图。

一个类似的情况，我们用概率法进行零件加工过程和机器装配过程中的尺寸链分析时，

是把各组成环误差平方和开平方，而得封闭环误差。这种方法没有考虑各链误差分布情况。

为方便起见，我们以尺寸链分析为例来讨论上述问题的处理方法。

1.可靠性分析

我们知道，封闭环尺寸和公差是由各组成环决定的，由于各组成环的尺寸变化是服从某种分布的随机变量。因此，封闭环尺寸也是随机变量。当我们给定封闭环的尺寸和公差后，各组成环的尺寸和公差能否满足封闭环的要求，可靠性达到多高，这些都是我们关心的问题。

在Monte—Carlo模拟分析中，我们可预先输入计算机各组成环尺寸，误差范围以及尺寸分布类型，通过模拟，计算机产生服从各概率分布的组成环随机数列，并对这些随机数列进行数学运算，最后得封闭环尺寸。一旦封闭环尺寸超出预定的公差值。计算机累加超出公差值的次数。由于模拟运算次数N很大，所以当超出值的累加总次数为n时，我们可近似地认为$p=1-n/N$为封闭环尺寸的可靠度。根据计算机算出的可靠度，我们就可决定是否有必要提高各组成环的精度。

2.直方图打印

在我们编制的PDP-11/34模拟程序中，直方图打印子程序能帮助我们直观地观察封闭环尺寸变化范围、可靠性、极端情况以及数值在各个区间中分布。事实上，若利用样条插值函数，我们也可以让计算机打印出概率分布密度函数。

3.模拟分析程序框图

根据前述各步骤给出的Monte-Carlo模拟分析程序框图如图10，其相应的FORTRAN—Ⅳ—PLUS计算机程序见附录。因篇幅限制我只给出几个常用的子程序。

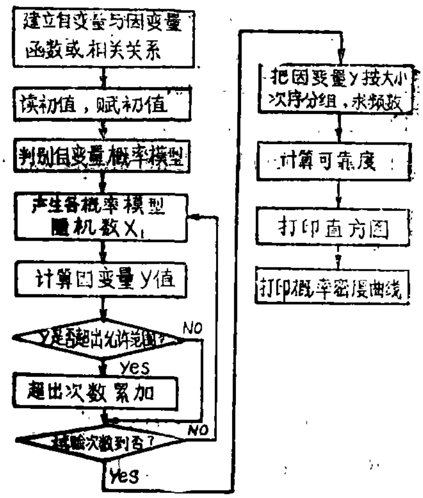

图10　模拟分析程序图框

五、计算实例

在调定的机床上加工一批活塞环，测量其中100个加工前后的翘曲数据，经过回归分析得输入误差与输出误差之间的关系式为：

$$y=0.31x+b \qquad (13)$$

其中x为前道工序的加工误差，服从$N(0,17.38)$正态分布；b为工艺系统固有误差，服从于$\sigma=7.26$的偏心分布。

利用Monte-Carlo方法分析输出误差y。我们预先输入x，b的分布概型系数及分布参数，计算机模拟进行2000次试验，求出允许误差在(-4.0，24.0)范围内的可靠度$F=94.6\%$。打印出来直方图形，见图11。

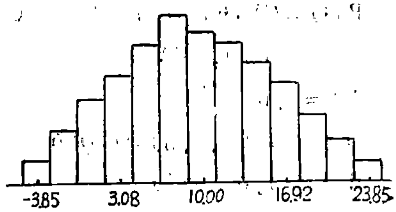

图11　误差y分布直方图

六、结　语

1.本文提出的方法可弥补现用工艺链、尺寸链以及加工精度分析方法的不足。

2.对输入量很多，並且输入量与输出量关系复杂的情况，文章提出的方法特别有效。

3.文章给出的方法具有一般意义，不仅适用于工艺链、尺寸链、加工精度分析，也适用于其他场合，如传动链的误差分析等等。

4.文章仅作了初步的工作，利用文中的方法分析工序能力也将是一个值得探讨的问题。

参考文献

〔1〕Н.А.Бородачев, Основные вопросы Теории Точности производства, Акадимиздат, (1950).

〔2〕Я.Д.柯里凯尔著，祝玉光译，零件机械加工精度的数学分析，机械工业出版社，(1983).

〔3〕А.К.Кутай, Х.Б.Кордонский, Анализ точности и контроль качества в машиностроении, Машгиз, (1958).

〔4〕Д.Д.麦德维杰夫著，吴天林译，切削加工过程的自动控制，国防工业出版社，(1983).

〔5〕У.Д.Shreider, The Monte-Carlo Method, (1966).

附　录

1.辛泊松分布产生子程序：

```
      SUBROUTINE R2 (R, MM)
      DOUBLE PRECISON R(MM)
      DOUBLE PRECISION CV, XO
      READ (5, 10) A, B
10    FORMAT(2F10.5)
      XO=2.0**37.0-5.0
      CV=2.0**18.0-3.0
      R(1)=CV*XO*2.0**(-37.0)-AINT(CV*XO*2.0**(-37.0))
      DO 20 I=2,MM
20    R(I)=CV*R(I-1)-AINT(CV*R(I-1))
      DO 28 I=1, MM
      AA=1.0
      IF(R(I).LE.0.5)GOTO30
      R(I)=1.0-R(I)
      AA=-1.0
30    R(I)=AA*(1.0-DSQRT(2.0*R(I)))
      R(I)=(A+B)/2.0+(B-A)/2.0*R(I)
```

```
28  CONTINUE
    RETURN
    END
```

2.正态分布随机数列产生子程序：

```
    SUBROUTINE R3(U, MM)
    DOUBLE PRECISION U(MM)
    DOUBLF PRECISION SS, CC, DD, CV, XO, R
    READ (5,10)A, D
10  FORMAT (2F10.5)
    XO=2.0**37.0-5.0
    Cv=2.0**18.0-3.0
    R=CV*XO*2.0**(-37.0)-AINT(CV*XO*2.0**(-37.0))
    DO 1 I=1, MM
1   U(I)=0.0
    DO 7 I=1, MM
    DO 20 I=1, 12
    R=CV*R-AINT(CV*R)
20  U(J)=U(J)+R
7   U(I)=D*(U(I)-6.0)+A
    RETURN
    END
```

3.频数分组，求可靠性子程序：

```
    SUBROUTINE APT(MM,U,A,AA,BB,K,KC,FK,X,C)
    DOUBLE PRECISION U(MM)
    DIMENSION C(KC).FK(K),X(K)
    PN=(B-A)/K
    C(1)=A
    DO 10 KK=2,K+1
10  C(KK)=C(KK-1)+PN
    DO 23 I=1,K
    FK(I)=0.0
    X(I)=0.0
    DO 20 J=1,MM
    IF(U(J).LE.C(I).OR.U(J).GT.C(I+1))GOTO 20
    FK(I)=FK(I)+1.0
20  X(I)=U(J)+X(I)
23  X(I)=X(I)/FK(I)
    WRITE(4,25)X
```

```
25   FORMAT(5X,'X=',5F12.7)
     AMK=0.0
     DO 30 I=1,K
30   AMK=AMK+FK(I)
     DO 40 I=1,K
40   FK(I)=FK(I)/AMK/PN
     ANT=0.0
     DO 50 I=1,MM
     IF(U(I).GE.AA.AND.U(I).LE.BB)GOTO50
     ANF=ANF+1.0
50   CONTINUE
     F=ANF/MM
     WRITE(4,35)F
35   FORMAT(5X, 'F=' , F9.5)
     RETURN
     END
```

4.直方图打印子程序:

```
     SUBROUTINE SPOT(FK,K,KC,IA,IW,E,N)
     DIMENSION IA(IW),FK(K),N(KC)
     DO 8 I=1,K
8    N(I)=FK(I)*E+20.5
     N(KN)=0
     DO 30 J=1,K
     DO 10 I=1,IW
10   IA(I)= ' '
     DO 20 I=20,N(J)
20   IA(I)= '*'
     WRITE(4,15)IA
15   FORMAT(IX,60AI)
30   CONTI NUE
     RFTURN
     END
```

The Computer Simulated Method for Accuracy Analysis in Mechanical Engineering

Chen Xida　Chen Baoshan

Abstract

In this paper, a Monte-Carlo simulated method for accuracy analysis is proposed. First of all, the paper describes producing principles of some common distribution of workpiece sizes. Tenet of computer simulated analysis is then discussed. At the appendix, the corresponding programs are given. with the help of PDP-11/34 computer, an example is analysed by Monte-Carlo simulation, which shows the method introduced by authors can compensate for the shortcoming of the present method of accuracy analysis.