第6卷 第3期 华侨大学学报 Vol.6 No.3
1985年8月 JOURNAL OF HUACHIAO UNIVERSITY Aug. 1985

双筋矩形截面梁使钢筋用量为最少的两个必要条件

杜耀星

（土木工程系）

摘 要

本文按钢筋混凝土破坏阶段计算，推证得知，在双筋矩形截面梁的设计中，必须满足。

（1）混凝土受压区高度 $X \leq 0.55h_0$

（2）截面的有效高度 $h_0 \geq 35 \sim 40cm$

这样两个条件，才能使钢筋用量为最少。

一、引 言

在钢筋混凝土梁的设计中，采用钢筋来帮助混凝土承担压力是不经济的，所以一般並不采用。但是，当截面需要承担很大的弯矩，而截面尺寸又受到限制，无法加大（例如受架设管道或其他设备的限制），同时混凝土标号又由于某种原因而无法提高，以致于单筋截面无法满足 $X \leqslant 0.55h_0$ 的条件（其中 X 为混凝土的受压区高度，h_0 为截面的有效高度），在这种情况下就需要在受压区配置受压钢筋 A_g' 来帮助混凝土承担压力。

在水工钢筋混凝土结构中，这种情况也是会遇到的，即截面不仅要承受正向弯矩，又可能还要承受反向弯矩，例如，钢筋混凝土的挡潮排水闸的闸门，就是要承受正反向弯矩的例子，设计这种钢筋混凝土闸门就需在截面的上下均应配置受力钢筋，这时就按双筋矩形截面梁设计。

在现行的双筋矩形截面梁的设计中，当 A_g、A_g' 均需确定时、通常是为了充分利用混凝土的受压作用，而以 $X = 0.55h_0$ 代入基本方程，求得 A_g、A_g' 使钢筋总用量 $A_{g总} = A_g + A_g'$ 为最少。本文将进一步推证得知，为使 $A_{g总}$ 为最少。而以 $x = 0.55h_0$ 代入基本方程式时，还应满足如下条件，即应使截面的有效高度 $h_0 \geqslant 35 \sim 40^{cm}$，只有同时满足

$$X \leqslant 0.55h_0$$

和

$$h_0 \geqslant 35 \sim 40^{cm}$$

这两个条件才能使 $A_{g总} = A_g + A_g'$ 为最少。

本文1985年1月4日收到。

二、双筋矩形截面梁的基本方程式

（1）双筋矩形截面梁破坏时截面的应力图形

为了建立双筋矩形截面梁的基本方程式，首先必须分析破坏时截面的应力图形。由实验表明，对于双筋矩形截面梁，只要截面受压区的高度X满足适筋梁的设计条件：$X \leqslant 0.55h_0$，那么，在破坏时受拉钢筋 A_g 的应力达到屈服极限 R_g；受压混凝土应力实际上为曲线分布，为简化计算，可以采用等效矩形应力图形，这时混凝土压应力值为弯曲抗压强度R_w。

现在问题在于受压钢筋 A_g' 破坏时，其应力为多少呢？实验表明：双筋截面梁，从受力直至破坏的整个过程中，受压钢筋 A_g' 和受压混凝土粘结在一起，共同变形，在破坏时，混凝土边缘极限压缩变形 $\varepsilon_h \geqslant 0.002$，一般地说，钢筋在这么大的变形下，应力均达到受压屈服极限。于是可得出双筋矩形截面梁在破坏时的应力图形如图1所示。图1(b) 可以看作是由图1(c)、(d)的叠加。

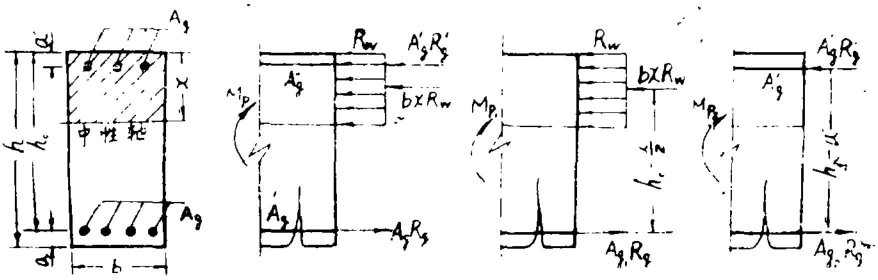

图 1

（2）双筋矩形截面梁基本方程式的建立

根据应力图形，由力的平衡条件可得

$$\sum F = O: \quad A_g R_g = A_g' R_g' + bxR_w \tag{1}$$

$$\sum M_{Ag} = O: \quad KM \leqslant M_P = bxR_w\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + A_g' R_g' (h_0 - a') \tag{2}$$

这两个基本方程式的适用条件为

$$\begin{cases} X \leqslant 0.55h_0 & (3) \\ X \geqslant 2a' & (4) \end{cases}$$

其中，h_0——截面的有效高度；

a'——受压钢筋的重心至截面近边的距离。

第一个适用条件就是为避免 A_g 过多，以保证在破坏时 A_g 达到 R_g，以使梁发生适筋的破坏情况。第二个适用条件是保证受压钢筋达到屈服极限，因为当X太小（$X < 2a'$）截面的中性轴很高，受压钢筋很靠近它，则其变形受到限制，于是应力就达不到R_g'。

三、双筋矩形截面梁的设计

截面设计就是要确定出b、h、A_g'和A_g'，通常截面尺寸$b\times h$是预先拟定的，因此，截面设计将遇到两种类型的问题。

（1）**第一类问题** 已知截面尺寸$b\times h$及受压钢筋A_g'，只需要求A_g。

对于这一类问题，未知数仅为受拉钢筋的面积A_g和受压区高度X，这时可以直由基本方程式(1)、(2)求解，但是，工程设计中一般都是采用查表法，这里无需赘述。

（2）**第二类问题** 已知截面尺寸$b\times h$，需要求受拉钢筋面积A_g和受压钢筋面积A_g'。

对于这一类问题，未知数有三个A_g，A_g'和X，但是，基本方程式仅有两个，所以需要补充一个条件，即考虑到应充分利用混凝土受压作用，所以取受压区最大高度$X=0.55h_0$，目的是为了使钢筋的总用量$A_{g总}=A_g+A_g'$为最少（后面将要证明，为了使$A_{g总}$为最少，还应当满足另一条件）。

于是，在基本方程式(2)中，令$X=0.55h_0$，则得

$$A_g'=\frac{KM-0.4bh_0^2R\omega}{R_g'(h_0-a')} \tag{5}$$

以$X=0.55h_0$及所求得的A_g'代入基本方程式(1)，则得

$$A_g=0.55\frac{R\omega}{R_g}bh_0+A_g'\frac{R_g'}{R_g} \tag{6}$$

四、使钢筋用量$A_{g总}=A_g+A_g'$为最少的两个必要条件

在上述截面设计的第二类问题中，为了使$A_{g总}$为最少，而令$X=0.55h_0$，以充分利用混凝土的受压作用，下面将推证为了使$A_{g总}$为最少，除了$X=0.55h_0$条件外，截面的有效高度还应满足大于某一尺寸，这后一条件在现行的设计中是没有考虑到。

要使$A_{g总}$为最少，于是由基本方程式(1)可以得出：

$$A_g=bX\frac{R\omega}{R_g}+A_g'\frac{R_g'}{R_g} \tag{a}$$

再由基本方程式(2)可得

$$A_g'=\frac{KM-bxR\omega\left(h_0-\dfrac{X}{2}\right)}{R_g'(h_0-a')} \tag{b}$$

以式(b)代入式(a)得

$$A_g=bx\frac{R\omega}{R_g}+\frac{KM-bxR\omega\left(h_0-\dfrac{X}{2}\right)}{R_g'(h_0-a')}\frac{R_g'}{R_g} \tag{c}$$

令$X=\alpha h_0$，並代入式(c)得

$$A_g=b\alpha h_0\frac{R\omega}{R_g}+\frac{KM-\alpha(1-0.5\alpha)bh_0^2R\omega}{R_g(h_0-a')} \tag{d}$$

因为

$$A_{g总} = A_g + A_g' \tag{e}$$

以式(b)代入式(e)，并令$X = \alpha h_0$则有

$$A_{g总} = \alpha b h_0 \frac{R\omega}{R_g} + \frac{KM - \alpha(1-0.5\alpha) b h_0^2 R\omega}{R_g(h_0 - a')} + \frac{KM - \alpha(1-0.5\alpha) b h_0^2 R\omega}{R_g'(h_0 - a')}$$

$$= \alpha b h_0 \frac{R\omega}{R_g} + \frac{KM - \alpha(1-0.5\alpha) b h_0^2 R\omega}{R_g'(h_0 - a')}\left[\frac{R_g'}{R_g} + 1\right] \tag{7}$$

为了使$A_{g总}$为最少，所以令$\frac{d(A_{g总})}{d\alpha} = 0$，则

$$b h_0 \frac{R\omega}{R_g} + \frac{b h_0^2 R\omega}{R_g'(h_0 - a')}\left[\frac{R_g'}{R_g} + 1\right](\alpha - 1) = 0$$

$$\frac{b h_0 R\omega}{R_g}\left[1 + \left(\frac{R_g' + R_g}{R_g'}\right)\frac{h_0}{h_0 - a'}(\alpha - 1)\right] = 0$$

$$1 + \frac{R_g' + R_g}{R_g'}\left(\frac{\alpha - 1}{h_0 - a'}\right)h_0 = 0 \tag{8}$$

一般情况下$R_g = R_g'$，即钢筋的拉、压屈服极限是相等的，故式(8)可改写为

$$1 + \frac{2h_0}{h_0 - a'}(\alpha - 1) = 0 \tag{9}$$

或

$$\alpha = 0.5 + \frac{a'}{2h_0} \tag{10}$$

由实验知道，对于矩形截面梁，要满足适筋设计，其条件为

$$\alpha \leqslant 0.55$$

为了充分利用混凝土的受压作用，所以通常取α为最大值，即取 $\alpha_{max} = 0.55$代入式(10)，此外，工程中通常取$a' = 3.5^{cm} \sim 4.0^{cm}$则

$$h_0 \geqslant 35 \sim 40^{cm}$$

由此得出结论：对于双筋矩形截面梁的设计，当 Ag、Ag′ 均需要求时，为了使 $Ag_{总}$为最少，就应满足如下两个必要条件

(1) $\alpha_{max} \leqslant 0.55$　即　$x \leqslant 0.55 h_o$

(2) $h_o \geqslant 35 \sim 40^{cm}$

第一个条件是应取混凝土受压区的高度$x \leqslant 0.55 h_o$，而第二个条件是截面的有效高度h_o应大于，至少等于$35 \sim 40^{cm}$。

参　考　文　献

(1) 华东水利学院等，水工钢筋混凝土结构（上、下册），水利电力出版社，(1974)。

(2) К. В. 薩赫诺夫斯基，钢筋混凝土结构学（上、下册），龙门联合书局，(1956)。

(3) Chu-Kia, C.G.Salmon, Reinforced Concrete Design (Third Edition), Harper and Row Publishers, (1979).

Twe Conditions for the Doubly Reinforced Beam of Rectangular Section to Consume Minimum Steel Bar

Du Yaosing

Abstract

According to the Calculating of destroyed phase for reinforced concrete, for the beam design of rectangular section of the doubly reinforced concrete this paper derived the following two conditions to be satiefied:

(1) The height of compression zone in concrete area, x, is smaller than $0.55h_0$, i. e. $x \leqslant 0.55h_0$

(2) The effective height of section, h_0, should be bigger than 35～40cm

If these two conditions are adequate, the consumed steel bar is minimum.