第6卷 第3期 华侨大学学报 Vol.6 No.3
1985年8月 JOURNAL OF HUACHIAO UNIVERSITY Aug. 1985

# 系统可控性与可观性的计算机判定

康 赐 荣

（电子工程系）

## 摘 要

本文给出判定系统可控性与可观性的计算机程序，该程序能迅速、准确地给出结论。

系统的可控制性与可观测性是现代控制理论中的重要概念。

对于系统的任意初始状态，若能找到允许的输入量，使系统的所有状态在有限时间内指引到所要求的状态，则称系统是完全可控制的。

若能在有限时间间隔内，根据对系统输出量的观测而唯一地确定系统的所有起始状态，则称系统是完全可观测的。

我们知道，系统的输入、输出和内部状态的关系可用状态方程和输出方程描述。对连续时间系统：

$$\dot{X}(t)=AX(t)+BU(t)$$
$$Y(t)=CX(t)+DU(t)$$

对离散时间系统：

$$X(\mathrm{k}+1)=AX(\mathrm{k})+BU(\mathrm{k})$$
$$Y(\mathrm{k})=CX(\mathrm{k})+DU(\mathrm{k})$$

系统完全可控的充要条件是矩阵

$$P=[B \vdots AB \vdots A^2B \vdots \cdots \vdots A^{n-1}B]$$

满秩，即$rank(P)=n$，$n$为状态变量个数。

系统完全可观的充要条件是矩阵

$$Q=[C \vdots CA \vdots CA^2 \vdots \cdots \vdots CA^{n-1}]^T$$

满秩。

当系统比较复杂时，人工构成P、Q矩阵．并求它们的秩是很费时的工作．为此，本文给出由系统状态方程和输出方程判定系统完全可控性和完全可观性的计算机程序。程序框图如图1．

下面给出构造P矩阵及确定系统完全可控性的程序．程序中

$M$——输入量的个数，

本文1984年12月21日收到。

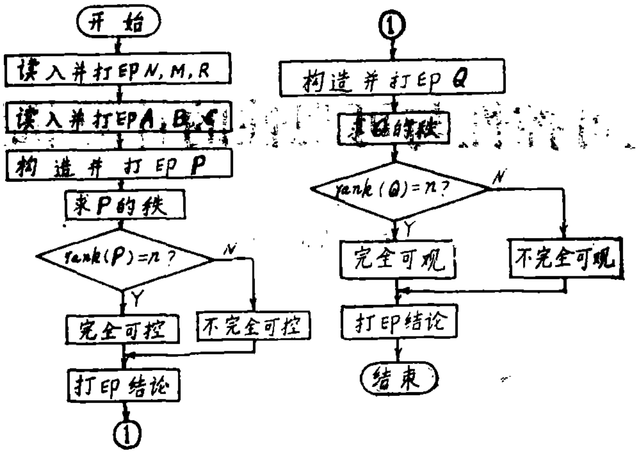


图 1 程序框图

$R$——输出量的个数,

$NM = N \cdot M$,

1005为计算行列式值的子程序,

```
70  REM: CONSTRUCT P—MATRIX
75  FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO M: A1(I,J)=B(I,J): P(I,J)=B(I,J): NEXT J,I
80  FOR L=1 TO N-1
85  FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO M: U(I,J)=0
90  FOR K=1 TO N: U(I,J)=U(I,J)+A(I,K)*A1(K,J): NEXT K,J,I
95  FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO M: A1(I,J)=U(I,J): NEXT J I
100 FOR I=1 TO N
105 FOR J=1 TO M: T=J+L*M: P(I,T)=A1(I,J): NEXT J,I,L
110 LPRINT "P-MATRIX IS"
115 FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO NM: LPRINT P(I,J); ",";: NEXT J:
    LPRINT: NEXT I
120 REM: DETERMINATION OF SYSTEM CONTROLABILITY
125 FOR J=1 TO N*(M-1)+1
130 FOR I=1 TO N: P1(I,1)=P(I,J): NEXT I
135 FOR L=1 TO (M-1)*N-J+2: T=1
140 FOR K=J+L TO J+L+N-2: T=T+1
145 FOR I=1 TO N: P1(I,T)=P(I,K): NEXT I,K
150 FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO N: A3(I,J)=P1(I,J): NEXT  T,J,I
155 GOSUB 1005: D=DET
160 IF ABS(D)<1E-06 THEN D=0: IF D<>0 THEN 210
165 IF J+L+N-1>NM THEN 200
```

```
170  FOR K=J+L+N-1 TO NM
175  FOR I=1 TO N: P1(I,T)=P(I,K): NEXT I
180  FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO
     N: A3(I,J)=P1(I,J): NEXT J,I
185  GOSUB 1005: D=DET
190  IF ABS(D)<1E-06 THEN D=0:
     IF D<>0 THEN 210
195  NEXT K,L
200  NEXT J
205  LPRINT "THE SYSTEM IS NOT
     COMPLETE CONTROLABILITY":
     GOTO 215
210  LPRINT "THE SYSTEM IS COM-
     PLETE CONTROLABILITY"
```

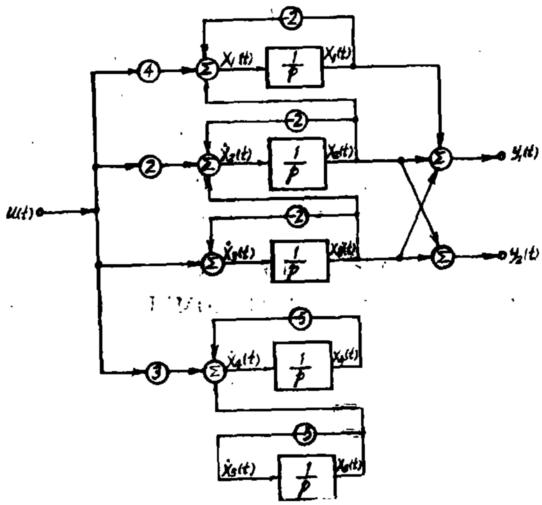

图 2　　例1用图

例1：试确定图2所示系统的完全可控性和完全可观性。

**解**：系统的状态方程和输出方程为

$$\begin{bmatrix}\dot{X}_1(t)\\ \dot{X}_2(t)\\ \dot{X}_3(t)\\ \dot{X}_4(t)\\ \dot{X}_5(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -5 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}X_1(t)\\ X_2(t)\\ X_3(t)\\ X_4(t)\\ X_5(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4\\ 2\\ 1\\ 3\\ 0\end{bmatrix}u(t)$$

$$\begin{bmatrix}y_1(t)\\ y_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}X_1(t)\\ X_2(t)\\ X_3(t)\\ X_4(t)\\ X_5(t)\end{bmatrix}$$

程序运行后，打印机打出：

```
P-MATRIX IS
          4     -6     9    -14     24
          2     -3     4     -4      0
          1     -2     4     -8     16
          3    -15    75   -375   1875
          0      0     0      0      0
THE SYSTEM IS NOT COMPLETE CONTROLABILITY
Q-MATRIX IS
```

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| -2 | -1 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | -2 | -1 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| -8 | 4 | -2 | 0 | 0 |
| 0 | -8 | 4 | 0 | 0 |
| 16 | -16 | 8 | 0 | 0 |
| 0 | 16 | -16 | 0 | 0 |

THE STSTEM IS NOT COMPLETE OBSERVABILITY

实际上，由系统的方框图可直观地看出，状态 $X_5(t)$ 不受输入控制，而输出量中没有包含状态 $X_4(t)$、$X_5(t)$ 的信息。

例2：试确定图3所示离散时间系统的完全可控性和完全可观性。

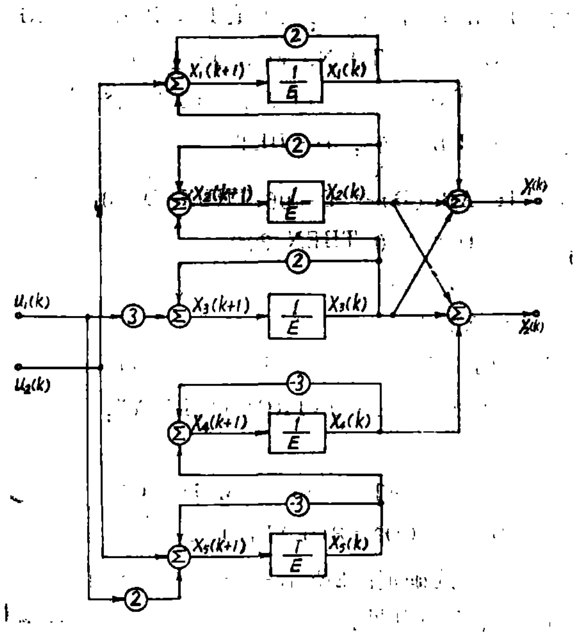


图 3　例2用图

解：该系统的状态方程和输出方程为

$$\begin{bmatrix} X_1\ (k+1) \\ X_2\ (k+1) \\ X_3\ (k+1) \\ X_4\ (k+1) \\ X_5\ (k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(x) \\ X_3(x) \\ X_4(x) \\ X_5(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} [X_1(k)\ X_2(k)\ X_3(k)\ X_4(k)\ X_5(k)]^T$$

程序运行后，打印出：

P－MATRIX IS

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 18 | 8 | 72 | 16 |
| 0 | 0 | 3 | 0 | 12 | 0 | 36 | 0 | 96 | 0 |
| 3 | 0 | 6 | 0 | 12 | 0 | 24 | 0 | 48 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 1 | -12 | -6 | 54 | 27 | -216 | -108 |
| 2 | 1 | -6 | -3 | 18 | 9 | -54 | -27 | 162 | 81 |

THE SYSTEM IS COMPLETE CONTROLABILITY

Q－MATRIX IS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 3 | -3 | 1 |
| 4 | 8 | 9 | 0 | 0 |
| 0 | 4 | 8 | 9 | -6 |
| 8 | 20 | 26 | 0 | 0 |
| 0 | 8 | 20 | -27 | 27 |
| 16 | 48 | 72 | 0 | 0 |
| 0 | 16 | 48 | 81 | -108 |

THE SYSTEM IS COMPLETE OBSERVABILITY.

## 参 考 文 献

〔1〕绪方胜彦，现代控制工程，科学出版社，（1978）.
〔2〕上龙致孝等，自动控制理论，国防工业出版社，（1979）.
〔3〕郑君里等，信号与系统，人民教育出版社，（1982）.

# Computer Determination of Controlability and Observability

Kang Cirong

**Abstract**

This paper gives a Computer program which determines System controlability and observability. The program can quickly, accurately give conclusion.