第6卷 第1期　　华 侨 大 学 学 报　　Vol.6 No.1
1985年2月　　JOURNAL OF HUACHIAO UNIVERSITY　　Feb.1985

分离子函数法与求逻辑电路单故障全测试集

刘 希

（电子工程系）

摘　　要

本文提出一种方法即分离子函数法和有关定理及推理，並用布尔差分的理论加以证明。用提出的定理，可以求出组合逻辑电路的单故障全测试集，其结果和布尔差分法与SPOOF法相同。但本文与文〔4〕提出的方法有两点优于布尔差分法和SPOOF法。

（1）笔算时，运算工作量约省50%左右方法简单，易掌握。

（2）有独到之处是可以编成程序供CAT（计算机辅助测试）之用。

一、组合逻辑电路单故障全测试集

文〔1〕介绍了布尔差分法，並对有关部分进行补证，可作为预备知识。

在文〔1〕所举的例子，只求逻辑函数对X_i的布尔差分，X_i是原始输入变量。但故障点实际上可能发生在电路中内部或输入端任意点j。故障性质同样可能是$s—a—0$（固定0故障）。或$s—a—1$（固定1故障）。所以单故障的全测试集应包括原始输入端及组合电路中任意点的全部单故障测试集。

设j线上故障，並且考虑使用一个"伪输入"X_j，来推导出线j上的故障测试。于是原始输出为：

$$F(X)=F(x_1, \cdots, x_n, x_j)$$

注意到，在j线上的实际值依赖x_1，x_2，…，x_n的值，並且用函数$X_j(x_1, \cdots x_n)$来表示这种依赖关系，为了求出线j上s—a—o（或s—a—1）故障的测试，必须指定一个输入模式，当把它加到初始输入端时，使得f的值依赖于X_j的值，並且在无故障条件下$X_j=1$（或$X_j=0$）。

如果j处的故障对输出没有影响，就无须讨论了。

如果j处的故障对输出有影响，那么函数$F(X)$（即f）对x_j的布尔差分必定为1，即：

本文1982年9月20日收到。

$$\frac{dF(x_1, x_2, \cdots x_n, x_j)}{dx_j} = 1 \qquad (1)$$

令 a_i 是初始输入变量 x_i 的二进制值，则（a_1，…，a_n）是线 j 上 s—a—0 故障的测试，当且仅当

$$X_j(x_1, \cdots, x_n)\frac{dF(x_1\cdots, x_n, x_j)}{dx_j}\bigg|_{a_1, \cdots, a_n} = 1 \qquad (2)$$

同样，（a_1…，a_n）是线 j 上 s—a—1故障的测试，当且仅当

$$\overline{X_j(x_1, \cdots, x_n)}\frac{dF(x_1, \cdots, x_n, x_j)}{dx_j}\bigg|_{a_1, \cdots, a_n} = 1 \qquad (3)$$

于是我们有下面定理：

定理1 令 $x_i^0 = x_i^1$ 和 $x_i^1 = x_i$，令 a_i 是输入变量 x_i 的 2 进值，则（a_1，…，a_n）是线 j 上 s—a—0（或 s—a—1）故障的一个测试，当且仅当 $x_1^{a_1}\cdots x_n^{a_n}$ 是下面积—和范式中的最小项：

$$X_j(x_1, \cdots, x_n)\frac{dF(x_1\cdots, x_n, x_j)}{dx_j}$$

$$\left(\text{或}\ \overline{X_j(x_1, \cdots, x_n)}\frac{dF(x_1, \cdots, x_n, x_j)}{dx_j}\right)$$

注意，x_i^1 即 x_i 的求反，$x_i^1 = \bar{x}_i$

由上面定理得到下面推理。

推理1 线 j 上 s—a—0（或 s—a—1）故障为不可检测的，当且仅当，

$$X_j(x_1, \cdots, x_n)\frac{dF(x_1, \cdots, x_n, x_j)}{dx_j} = 0$$

$$\left(\text{或}\ \overline{X_j(x_1, \cdots, x_n)}\frac{dF(x_1, \cdots, x_n, x_j)}{dx_j} = 0\right)$$

定理2 令 f 是由组合电路实现的开关函数。令 j 是一根内部线，而 i 或者是一根内部线，或者是电路的一根初始输入线。同时满足从 i 到初始输出线的每一个通路都通过 j 的要求（图 1），则

$$\frac{df}{dx_i} = \frac{df}{dx_j}\cdot\frac{dx_j}{dx_i} \qquad (4)$$

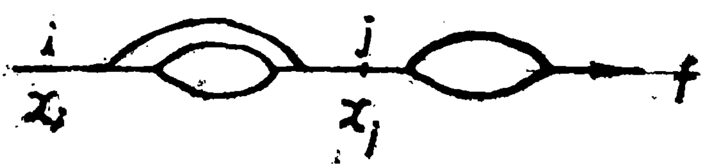

图 1

其中 x_i 和 x_j 分别表示变量在线 i 和线 j 上的逻辑值。式（4）又叫链接公式。

由于函数对于某一个变量的布尔差分是区分不了该变量从 0 到 1 所造成影响，故须再运

算。对一个给定的测试，要确定被它测试的函数正确输出可以用函数和它的求反这两者同 $s-a-0$ 和 $s-a-1$ 测试的相交来求得，现在我们定义二个方程，它们将完全地确定一个单故障的测试：

$$\nabla x_i f = \left(x_i \frac{df}{dx_i}\right)\left[F, \bar{F}\right] \tag{5}$$

$$\triangle x_i f = \left(\bar{x}_i \frac{df}{dx_i}\right)\left[F, \bar{F}\right] \tag{6}$$

方程（5）得到的测试将检测变量 x_i 的 $s-a-0$ 故障，並且对整个电路输出 F 来说，方程（5）还可把这些测试划分为相应于1输出或0输出的测试。同理，方程（6）则是针对 x_i 的 $s-a-1$ 故障的。

由于整个电路内的每一块和每一根线都必须用其 $s-a-0$ 和 $s-a-1$ 条件来测试。因此电路的全测试将由式（5）（6）的测试组成。下标 i 代表任意的输入线或内部逻辑门间的连线。电路假定是非冗余的。

二、分离子函数法

用布尔差分法求单故障的全测试集推导运算工作量大，且公式太多。对于用户来讲，最好用一种较简单，容易掌握的方法来求单故障的全测试集。因为单故障多见于运行中的机器。

本文提出用分离故障线 j "伪输入" x_j 的子函数来求测试集。这种方法是在布尔差分法的基础上推导出来的，但不必求电路中各点的布尔出分，同时在求测试集过程中，已先确定其输出 $F(X)$ 的逻辑值。不必用式（5）和式（6）来进行判别。这样用户就不必再掌握求逻辑函数的布尔差分的理论。

定义　设逻辑电路中任意 j 线（初始输入或内部线）产生 $s-a-0$（或 $s-a-1$）故障，x_j 表示其"伪输入"变量，可用布尔函数

$$F(x_1, \cdots, x_n, x_j) = A(x) + x_j B(x) + \bar{x}_j C(x)$$

表示

且式中 $A(x)$，$B(x)$，$C(x)$ 不含 x_j，则把 $A(x)$，$B(x)$，$C(x)$ 定义为与 x_j 无关的子函数。式中 $x_j = X_j(x_1, x_2, \cdots, x_n)$。$A(x) = A(x_1, x_2, \cdots, x_n)$。$B(x) = B(x_1, x_2, \cdots, x_n)$

$$c(X) = C(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

定理3　逻辑电路的任意 j 线产生固定性故障时，该点的"伪输入"变量表示为：

$$x_j = X_j(x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}, x_n)$$

其逻辑电路的布尔函数用子函数表达为：

$$F(X) = A(x) + x_j B(x) + \bar{x}_j C(x)$$

（A）当且仅当 $x_j \dfrac{dF(X)}{dx_j} = 1$，求 j 线的 $s-a-0$ 故障测试集

（1）若 $x_j \overline{A(x)} B(x) \overline{C(x)} = 1$　　（7）

存在，则用此测试集输入时，电路输出 $F(X)=1$。

（2）若 $x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$ （8）

存在，则用此测试集输入时，电路输出 $F(X)=0$；

〈B〉当且仅当 $\bar{x}_j\frac{dF(X)}{dx_j}=1$ 求 j 线的 $s-a-1$ 故障测试集

（1）若 $\bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{c(x)}=1$ （9）

存在，则用此测试集输入时，电路输出 $F(X)=0$

（2）若 $\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$ （10）

存在，则用此测试集输入时，电路输出 $F(X)=1$

证明 （A）根据文〔1〕的定理

若 $F(X)=A(x)+x_jB(x)+\bar{x}_jC(x)$ 则 $\frac{dF(X)}{dx_j}=\left[B(x)\oplus C(x)\right]\overline{A(x)}$

$$\therefore \qquad x_j\frac{dF(X)}{dx_j}=x_j\left[B(x)\oplus C(x)\right]\overline{A(x)}$$

$$=x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{c(x)}+x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)$$

$$x_j\frac{dF(X)}{dx_j}=1 \quad \text{即得出}$$

$$x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1 \qquad (7)$$

$$x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1 \qquad (8)$$

这两式子或同时存在或存在其中一式。

当 $x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$ 存在时，可得

$$x_j=1\ (\therefore \bar{x}_j=0),\ \overline{A(x)}=1,\ (\therefore A(x)=0)$$

$$B(x)=1,\ \overline{C(x)}=1,\ (\therefore C(x)=0)$$

把上述结果代入

$$F(X)=A(x)+x_jB(x)+\bar{x}_jC(x)$$

得 $$F(X)=1$$

当 $x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$ 存在时，可得

$$x_j=1,\ [\therefore \bar{x}_j=0],\ \overline{A(x)}=1,\ [\therefore A(x)=0]$$

$$\overline{B(x)}=1,\ [\therefore B(x)=0],\ C(x)=1$$

把上述结果代入

$$F(X)=A(x)+x_jB(x)+\bar{x}_jC(x)$$

得 $$F(X)=0$$

（B）已知 $\bar{x}_j\frac{dF(X)}{dx_j}=1$ 同理可得

$$\bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1 \tag{9}$$

$$\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1 \tag{10}$$

这两式子或同时存在或存在其中之一。

当$\bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$存在时，可得

$$\bar{x}_j=1,\left[\therefore\ x_j=0\right].\ \overline{A(x)}=1,\left[\therefore\ A(x)=0\right]$$

$B(x)=1$，$\overline{C(x)}=1,\left[\therefore\ C(x)=0\right]$把上述结果代入

$$F(X)=A(x)+x_jB(x)+\bar{x}_jC(x)$$

得

$$F(X)=0$$

当$\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$存在时，可得

$$\bar{x}_j=1,\left[\therefore x_j=0\right],\ \overline{B(x)}=1,\ \left[\therefore\ B(x)=0\right],$$

$C(x)=1$　　代入

$$F(X)=A(x)+x_jB(x)+\bar{x}_jC(x)$$

得

$$F(X)=1$$

证毕。

注意：上述证明中的子函数$A(x)$，$B(x)$，$C(x)$，中任一个，例如由$\overline{A(x)}=1$得出　$A(x)=0$，是指在这种测试集的输入条件下，必然使$A(x)=0$。并非在逻辑函数$F(X)=A(x)+x_jB(x)+\bar{x}_jC(x)$式中就一定没有$A(x)$这一项，但却也把缺$A(x)$这一项的情况包括在内。

推理2　在定理3的条件下，若$F(X)$仅可表达为　$F(X)=A(x)+\bar{x}_jC(x)$而缺乏$B(x)$项时，

（1）求j线上的s—a—0故障用

$x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$的测试集输入时，必定$F(X)=0$，同时没有$F(X)=1$的测试集。

（2）求j线上的s—a—1故障用

$\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$的测试集输入时必定$F(X)=1$，同时没有$F(X)=0$的测试集。

证明　（1）求j线的s—a—0故障测试集，由定理（3）的条件知$x_j\dfrac{dF(X)}{dx_j}=1$

又因$x_j\dfrac{dF(X)}{dx_j}=x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)+x_j\overline{A(x)}\cdot B(x)\overline{C(x)}=x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)$

$$\because B(x)=0$$

$$\therefore x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$$

当用这个测试集输入时，由定理3的（A）（2）得到$F(X)=0$。

其次由定理3的（A）（1）得到$F(X)=1$的测试集为$x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$

现因$B(x)=0$ $\therefore x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=0$

因此没有$F(X)=1$的测试集

（2）求j线的$s—a—1$故障测试集，由定理3的条件知 $\bar{x}_j\dfrac{dF(X)}{dx_j}=1$

又因 $\bar{x}_j\dfrac{dF(X)}{dx_j}=\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)+\bar{x}_j\overline{A(x)}\cdot B(x)\overline{C(x)}=\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)$

$$\because \quad B(x)=0$$

$$\therefore \quad \bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$$

当用这个测试集输入时，由定理3的（B）（2）得到$F(X)=1$。

其次由定理3的(B)（1）得到$F(X)=0$的测试集为$\bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$。

现因 $B(x)=0$

$$\therefore \quad \bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=0$$

因此没有$F(X)=0$的测试集。

推理3 在定理3的条件下，若$F(X)$仅可表达为 $F(X)=A(x)+X_jB(x)$而缺乏$C(x)$项时，

（1）求j线上的$s—a—0$故障用

$x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$的测试集输入时必定$F(X)=1$同时没有$F(X)=0$的测试集。

（2）求j线上的$s—a—1$故障用

$\bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$的测试集输入时必定$F(X)=0$同时没有$F(X)=1$的测试集。

证明 （1）求j线的$s—a—0$故障测试集，由定理3的条件知

$$x_j\frac{dF(X)}{dx_j}=1$$

又因$x_j\dfrac{dF(X)}{dx_j}=x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)+x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}$

$$\because \quad C(x)=0$$

$$\therefore \quad x_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$$

当用这个测试集输入时，由定理3的（A)(1）得到$F(X)=1$

其次由定理了的（$A-2$）得到$F(X)=0$的测试集为$x_j\overline{A(x)}B(x)C(x)=1$

现因$C(x)=0$

$$\therefore x_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=0$$

因此没有$F(X)=0$的测试集。

（2）求j线$s—a—1$故障测试集，由定理3的条件知$\bar{x}_j\dfrac{dF)X)}{dx_j}=1$

又因$\bar{x}_j\dfrac{dF(X)}{dx_j}=\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)+\bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=\bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$

$$\because \quad C(x)=0$$

$$\therefore \quad \bar{x}_j\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=1$$

当用这个测试集输入时，由定理 3 的（B)(1）得到 $F(X)=0$

其次由定理 3 的（B)(2）得到 $F(X)=1$ 的测试集为 $\bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=1$

现因 $C(x)=0$　　$\therefore \quad \bar{x}_j\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=0$

因此没有 $F(X)=1$ 的测试集。

三、分离子函数法与布尔差分法 · SPOOF 法运算工作量对比

（一）Roth 例求的故障测试集 s—a—o 故障测试集

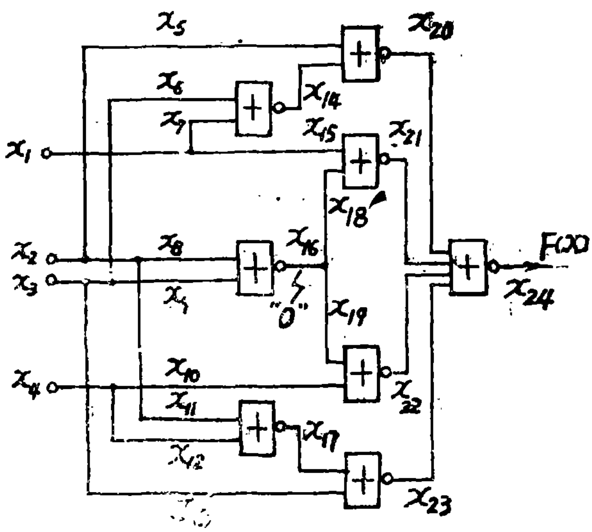

图　2

$$F(X)=x_2+x_1+x_3+x_1+x_{16}+x_4+x_{16}+x_3+x_2+x_4$$
$$=x_1x_2x_3x_4+x_{16}(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)$$

（A）布尔差分法　求 x_{16} 的 s—a—0 故障测试集。

解：x_{16} 是扇出线，用布尔差分的基本定义求 $\dfrac{dF(X)}{dx_{16}}$。

$$\frac{dF(X)}{dx_{16}}=\left[x_1x_2x_3x_4+1\cdot(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)\right]\oplus\left[x_1x_2x_3x_4+0\cdot(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)\right]$$
$$=\left[x_2x_3(x_1x_4+1)+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\right]\oplus(x_1x_2x_3x_4)$$
$$=(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)\oplus(x_1x_2x_3x_4)$$
$$=(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)(\overline{x_1x_2x_3x_4})+(\overline{x_1x_2+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4})\cdot(x_1x_2x_3x_4)$$
$$=(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)(\bar{x}_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3+\bar{x}_4)+\overline{x_2x_3}\cdot(\overline{\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4})\cdot(x_1x_2x_3x_4)$$
$$=\bar{x}_1x_2x_3+x_2x_3\bar{x}_4+\bar{x}_1\bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4+(\bar{x}_2+\bar{x}_3)(x_1+x_2+x_3+x_4)(x_1x_2x_3x_4)$$
$$=\bar{x}_1x_2x_3+x_2x_3\bar{x}_4+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$

求 $s—a—0$

$$x_{16}\frac{dF(X)}{dx_{16}}=(\bar{x}_2\bar{x}_3)(\bar{x}_1x_2x_3+x_2x_3\bar{x}_4+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)$$
$$=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$

$$\bar{F}(X)=\bar{x}_2+\bar{x}_1+\bar{x}_3+\bar{x}_1+\bar{x}_{16}+\bar{x}_4+\bar{x}_{16}+\bar{x}_3+\bar{x}_2+\bar{x}_4$$
$$=(\bar{x}_2\cdot\overline{\bar{x}_1\bar{x}_3})+(\bar{x}_1\cdot\overline{\bar{x}_2\bar{x}_3})+(\bar{x}_4\cdot\overline{\bar{x}_2\bar{x}_3})+(\bar{x}_3\cdot\overline{\bar{x}_2\bar{x}_4})$$
$$=\bar{x}_2(x_1+x_3)+\left[\bar{x}_1(x_2+x_3)\right]+\bar{x}_4(x_2+x_3)+\bar{x}_3(x_2+x_4)$$
$$=x_1\bar{x}_2+\bar{x}_2x_3+\bar{x}_1x_2+\bar{x}_1x_3+x_2\bar{x}_4+x_3\bar{x}_4+x_2\cdot\bar{x}_3+\bar{x}_3x_4$$

$$x_{16}\frac{dF}{dx_{16}}F(X)=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\left[x_1x_2x_3x_4+x_{16}(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)\right]$$
$$=x_{16}\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$
$$=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$

注意：

$$x_{16}=\overline{x_2+x_3}$$
$$=\bar{x}_2\cdot\bar{x}_3$$

$$x_{16}\frac{dF(X)}{dx_{16}}\bar{F}(X)=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4(x_1\bar{x}_2+\bar{x}_2x_3+\bar{x}_1\cdot x_2+\bar{x}_1x_3+x_2\bar{x}_4+x_3\bar{x}_4+x_2\bar{x}_3+\bar{x}_3x_4)$$
$$=0$$

所以

$$\triangle x_{16}F=x_{16}\frac{dF(X)}{dx_{16}}\left[\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4,\ 0\right]$$

即求 x_{16} 的 $s—a—0$ 故障

测试集 $F(X)=1$ 的测试集为 $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$

而 $F(X)=0$ 没有测试集。若上述逻辑值输入时，$F(X)=0$ 就是 x_{16} 发生 $s—a—0$ 故障。

(B)分离子函数法

因为 $F(X)=x_1x_2x_3x_4+x_{16}(x_2x_3+\bar{x}_1\cdot\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)$ 求 x_{16} 的 $s—a—0$ 测试集，

$$A(x)=x_1x_2x_3x_4,\quad C(x)=0,\quad \overline{C(x)}=1$$
$$\overline{A(x)}=\overline{x_1x_2x_3x_4}$$
$$B(x)=(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)$$

据推理3知道没有 $F(X)=0$ 的测试集，

$F(X)=1$ 的测试集为

$$x_{16}\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}$$
$$=\bar{x}_2\bar{x}_3(\bar{x}_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3+\bar{x}_4)(x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)\cdot 1$$
$$=\bar{x}_2\bar{x}_3(\bar{x}_1x_2x_3+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4+x_2x_3\bar{x}_4+\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)$$
$$=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$

(二)Bossen 例

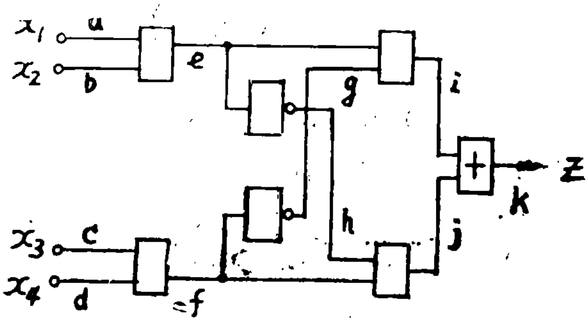

图　3

$$Z = x_1x_2\overline{x_3x_4} + \overline{x_1x_2}\,x_3x_4$$

求 e 点的 s—a—0 和 s—a—1 故障全测试集。

（A）SPOOF 法

$$Z = Z_k = (Z_i + Z_j)_k = (Z_eZ_g)_{ik} + (Z_hZ_f)_{jk}$$

$$= \left(Z_e\right)_{ik}\left(Z_{\bar f}\right)_{gik} + \left(Z_{\bar e}\right)_{hjk}\left(Z_f\right)_{jk}$$

$$= \left(x_1\right)_{aeik}\left(x_2\right)_{beik}\left[\overline{(x_3)_c(x_4)_d}\right]_{\bar f gik} + \left[\overline{(x_1)_a(x_2)_b}\right]_{\bar e hjk}\left[(x_3)_c(x_4)_d\right]_{fjk}$$

$$= \left(x_1\right)_{aeik}\left(x_2\right)_{beik}\left\{\left[(\bar x_3)_{\bar c}\right]_{\bar f gik} + \left[(\bar x_4)_{\bar d}\right]_{\bar f gik}\right\}$$

$$+ \left[(\bar x_1)_{\bar a\bar e hjk} + (\bar x_2)_{\bar b\bar e hjk}\right]\left[(x_3)_{cfjk}\,(x_4)_{dfjk}\right]$$

求 e 点 s—a—0 故障测试集

$$Z(F_e) = 0\cdot 0\left[(\bar x_3)_{\bar c\bar f gik} + (\bar x_4)_{\bar d g\bar f ik}\right] + (1+1)(x_3)_{cfjk}\,(x_4)_{dfjk}$$

$$Z(F_e) = x_3x_4$$

$$T(F_e) = (x_1x_2\overline{x_3x_4} + \overline{x_1x_2}\,x_3x_4)\oplus(x_3x_4)$$
$$= (x_1x_2)\oplus(x_3x_4)\oplus(x_3x_4)$$
$$= (x_1x_2)\oplus 0 = x_1x_2$$

确定输出为 $Z=1$ 的测试集：

$$T(F_e)Z = x_1x_2(x_1x_2\overline{x_3x_4} + \overline{x_1x_2}\,x_3x_4)$$
$$= x_1x_2(\bar x_3 + \bar x_4)$$
$$= x_1x_2\bar x_3 + x_1x_2\bar x_4$$

确定输出为 $Z=0$ 的测试集：

先求 $\bar Z = \overline{(x_1x_2)\oplus(x_3x_4)} = (x_1x_2)\odot(x_3x_4)$

$$= x_1x_2x_3x_4 + \overline{x_1x_2}\,\overline{x_3x_4}$$

$$T(F_e)\bar Z = x_1x_2(x_1x_2x_3x_4 + \overline{x_1x_2}\,\overline{x_3x_4})$$
$$= x_1x_2x_3x_4$$

求 e 点 s—a—1 故障测试集

$$Z(F_e)=1\cdot 1\Big((\bar{x}_3)_{cfgik}+(\bar{x}_4)_{dfjik}\Big)+(0+0)(x_3)_{cfjk}\ (x_4)_{dfjk}$$

$$=\bar{x}_3+\bar{x}_4$$

$$T(F_e)=(x_1x_2)\oplus(x_3x_4)\oplus(\bar{x}_3+\bar{x}_4)$$

$$=(x_1x_2)\oplus 1=\overline{x_1x_2}$$

确定输出为 $Z=1$ 的测试集：

$$T(F_e)Z=\overline{x_1x_2}\,(x_1x_2\overline{x_3x_4}+\overline{x_1x_2}\,x_3x_4)$$

$$=\overline{x_1x_2}\,x_3x_4$$

$$=\bar{x}_1x_3x_4+\bar{x}_2x_3x_4$$

确定输出为 $Z=0$ 的测试集：

$$T(F_e)\bar{Z}=\overline{x_1x_2}\,(x_1x_2x_3x_4+\overline{x_1x_2}\,\overline{x_3x_4})$$

$$=\overline{x_1x_2}\,\overline{x_3x_4}=(\bar{x}_1+\bar{x}_2)(\bar{x}_3+\bar{x}_4)$$

$$=\bar{x}_1\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_4+\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_4$$

（B）　分离子函数法

$$Z=x_e\overline{x_3x_4}+\bar{x}_ex_3x_4$$

求 e 点 s—a—0 的测试集

代入式（7）求输出为 $Z=1$ 的测试集：

$$x_e\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=x_1x_2\,\overline{x_3x_4}\,\overline{x_3x_4}$$

$$=x_1x_2(\bar{x}_3+\bar{x}_4)=x_1x_2\bar{x}_3+x_1x_2\bar{x}_4$$

因为 $A(x)=0$，$B(x)=\overline{x_3x_4}$，$C(x)=x_3x_4$，$x_e=x_1x_2$

代入式（8）　求输出为 $Z=0$ 的测试集：

$$x_e\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=x_1x_2\,\overline{\overline{x_3x_4}}\,x_3x_4$$

$$=x_1x_2x_3x_4$$

求 e 点 s—a—1 的测试集

代入式（9）求输出 $Z=0$ 的测试集：

$$x_e\overline{A(x)}B(x)\overline{C(x)}=\overline{x_1x_2}\cdot 1\cdot\overline{x_3x_4}\,\overline{x_3x_4}$$

$$=(\bar{x}_1+\bar{x}_2)(\bar{x}_3+\bar{x}_4)=\bar{x}_1\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_4+\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_4$$

代入式（10）求输出 $Z=1$ 的测试集：

$$x_e\overline{A(x)}\,\overline{B(x)}C(x)=\overline{x_1x_2}\cdot 1\cdot x_3x_4\,x_3x_4$$

$$=(\bar{x}_1+\bar{x}_2)x_3x_4$$

$$=\bar{x}_1x_3x_4+\bar{x}_2x_3x_4$$

测试译码，x 的原变量用逻辑值 1，反变量用 0。

结　　论

（一）用分离子函数法求出的测试集和布尔差分法、SPOOF 法相同，但运算工作可省

很多，而且简单方便。

（二）这种方法只要用BASIC语言编程就可供CAT之用。

参考文献

〔1〕刘希，求逻辑电路布尔差分的方法，华侨大学学报，2（1982）。

〔2〕P.N Marinos, Derivation of Minimal Complete sets of Test—Input seguenees Using BOOIean Differeneces, IEEE TranS. Computers, Vo1.C—20, （1971）, 25—32.

〔3〕F.W.CLegg, Use Of SPOOF'S in the Analysis Of Faulty Logie Networks, IEEE Trans.Computers, VO1.C—22, （1973）, 229—234.

〔4〕刘希．含有x_ix_j的F（X）的K表示式与用分离子函数法求双故障全测试集，华侨大学学报，1(1983).

Ionization Function Method And Single Fault Detection Of LogicaL Circuit

llu Xi

Absfract

This PaPer suggests a method called ionization function approach, its definition and derivation and utilizes Boolean Difference's theorem for proofing.

By this approach, the single fault of combined logical circuit can be detected, the result obtained is similar to that obtained from Boolean Difference's theorem and Spoof method. However, this ionization function method has two aduantages over the other two methods like: (1)Long calculations can be deduced to 50% (2)It can program to provide CAT (computer-aided-test) applications.