

离散化在电磁场研究中的应用

王 由 义

(电子工程系)

摘 要

电子计算机的出现,它能解决过去用古典方法所无法解决的复杂电磁场的计算。离散化的方法是使用电子计算机解决这类问题较先进的方法。本文系统地讨论了离散化中的有限差分法在电磁场研究中的应用。主要内容是把以连续变量表达的场微分方程式转化为以离散变量所表达的差分方程组。以计算机为手段,求出场中各离散点的近似解。在方法上具有一定的普遍适用性。是一篇教学综合总结并带有使用电子计算机研究电磁场结构入门尝试的文章。

一、概 述

在电磁场的研究中最主要的部分是静态场,如静电场,恒定电场,恒定磁场都是静态场,这些场的场函数如电场强度 \vec{E} , 磁感应强度 \vec{B} , 磁场强度 \vec{H} 都不随时间而变。这些场在其物理问题和数学模型的结构上有两个特点:第一是场函数可以用一个位函数来描述,例如,静电场的电场强度 E 可以用电位函数 φ 的梯度表示即 $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ 。恒定磁场的磁感应强度 \vec{B} 可以用矢量磁位函数 \vec{A} 的旋度表示即 $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$, 磁场中无流分布时, 磁场强度 \vec{H} 可用标量磁位函数 φ_m 的梯度表示即 $\vec{H} = -\text{grad}\varphi_m$ 。第二是在均匀和各向同性的介质中位函数满足泊松方程和拉普拉斯方程。例如, 电场中介质存在电荷时 $\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon}$, ρ 是体电荷密度, ϵ 是介质的介电常数。当介质中不存在体电荷时, $\nabla^2\varphi = 0$, 在磁场中介质有电流分布时 $\nabla^2\vec{A} = -\mu\vec{j}$, μ 是介质磁导率, \vec{j} 是电流密度。当介质中不存在电流分布时, $\nabla^2\varphi_m = 0$ 。由此可知, 静态场的计算归结为位函数的计算, 因为从位函数出发, 便可以求出 \vec{E} , \vec{B} , \vec{H}。

由于泊松方程和拉普拉斯方程这些位场方程的通解是无穷多的, 但是对具体的物理问题, 在给定的边界条件下, 只有一个解, 所以在一定的边界条件下, 位场的确定是电磁场的重要研究问题。在所有的物理问题中给定的边值条件可分为三类即第一类边值问题(第略赫利问题): 这一类问题是直接给定边界上位函数值, $\varphi = f(s)$ 。第二类边值问题(聂以曼问题): 这一类问题是给定边界上位函数的法向导数值, $\frac{\partial\varphi}{\partial n} = f(s)$ 。第三类边值问题(混合型问题): 这类问题是给出边界上的位函数与其法向导数的线性组合。 $\varphi + f_1(s)\frac{\partial\varphi}{\partial n} = f(s)$ 。总之, 电磁场的研究是围绕这三类边值问题求解位函数问题。

上面所谈的是静态场的基本特性及中心研究问题,下面简单谈一谈对电磁场的研究方法,电磁场的研究,就是各类边值问题的分析方法一般可分为理论研究和实验研究两个方面。对理论研究方法有直接求解法(分离变量法)间接求解法(复变函数法,保角变换法)和离散化求解法(使用计算机的差分法和有限元法)前两者适用于场域的几何特征较简单的情况,这方便在数学上比较成熟,而后者是高速、大容量电子计算机的出现,在电磁场研究方面新开拓的而且发展很快的一种新方法,它适用于研究场域的几何特征较复杂情况下的场结构。至于实验研究方法,一般分电模拟法和实测法,电模拟法分为数学模拟和物理模拟两种,其中物理模拟是使模型与原型中对应的物理量具有相同物理本质的电模拟,这样可通过对模型的研究来确定原型的物理本质至于数学模拟是一种微分方程组相似性和类比概念建立起来的电模拟,在模型和原型之间对应物理量的物理本质是不同的,在这些方面目前发展较快,特别是对大型电器的设计,物理模拟起着很大的作用,实测研究方法是实际运行设备的性能进行测量,关于这方面由于测量手段等方法的限制,近几年来发展比较缓慢,在这里仅以电子计算机为手段对离散化的差分法在电磁场研究中的应用作一简单的讨论。

二、电磁场的差分法

差分法为有限差分法的简称,其实质是将原来以连续变量形式所表示的位场方程式,结合具体边界条件,转化为离散变量形式表示的差分方程组,解出联立方程组即可求出各个离散点上位函数的数值解。这些数值解即为待求未知量的近似值,差分法主要包括差分方程的建立,边界条件的处理以及方程的求解,下面分别进行讨论。

1、差分方程的建立

从微分学原理知,导数是作为函数的增量与自变量之比的极限,即

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x + \Delta x) - \varphi(x)}{\Delta x}$$

这就告诉我们在找微分方程近似解时,可以用

$$\frac{\varphi(x + \Delta x) - \varphi(x)}{\Delta x}$$

来代替 $\varphi(x)$ 的导数。这样就把求微分方程的解的问题化为求代数方程的解的问题,这样处理可以使问题简单化。

我们知道

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial x^2} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x + \Delta x, y) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x - \Delta x, y)}{(\Delta x)^2},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial y^2} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\varphi(x, y + \Delta y) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x, y - \Delta y)}{(\Delta y)^2}$$

因此 Poisson 方程

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = F \quad (1)$$

可以用方程

$$\frac{\varphi(x+\Delta x, y) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x-\Delta x, y)}{(\Delta x)^2} + \frac{\varphi(x, y+\Delta y) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x, y-\Delta y)}{(\Delta y)^2} = F$$

近似代替。

表式 $\Delta \varphi(x) = \varphi(x + \Delta x) - \varphi(x)$ 称为函数 $\varphi(x)$ 在点 x 的一阶差分, $\Delta^2 u(x) = \Delta(\Delta \varphi(x)) = \varphi(x + 2\Delta x) - 2\varphi(x + \Delta x) + \varphi(x)$ 称为 $\varphi(x)$ 在点 x 的二阶差分, 其他可类似定义, 现在我们把上面所提出的求解方法称为差分法。

今以(1)所代表的二维平行平面静电场的 Poisson 方程, 在边界条件

$$\varphi|_L = f(s)$$

的情况下, 来建立场域内部的电位差分方程。此处 L 为平面上有界区域的边界。(1) 式中

$F = -\frac{\rho}{\epsilon}$ 在一般情况下 F 为坐标变量 x, y 的函数。当 $F = 0$ 时, 方程即为 Laplace 方程。

为便于计算, 总是使离散点按一定的规律分布, 其中最常用的是将域 D 分割成许多矩形或正方形网格, 这样在每个离散点上就能得出相同形式的差分方程, 为此, 我们利用有规则分布的网格来给定离散点。图 1(a) 是将场域 D 分割为步长 h 的正方形网格。网格线的交点称为节点。下面仅就正方形网格的节点配置推导对应的差分方程。

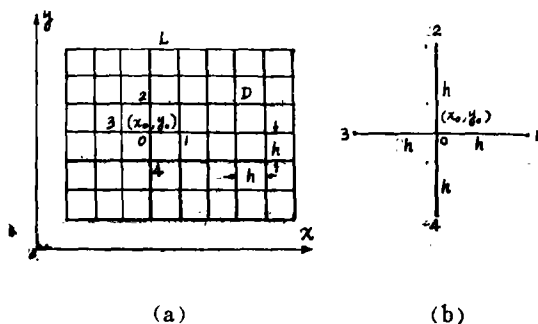


图 1

由图 1 可见, 场域内所有节点对其直接相邻的节点都形成具有相同特征的对称星形, 设对称星形中的节点 o 上的位函数 $\varphi(x_0, y_0)$ 或 φ_0 , 与其相邻的节点 1, 2, 3, 4 其位函数分别为 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. 节点 o 的对称星形的放大图如图 1(b) 所示。在节点 o 处的二阶导数近似为

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\right)_0 = \frac{\varphi(x_0+h, y_0) - 2\varphi(x_0, y_0) + \varphi(x_0-h, y_0)}{h^2} = \frac{\varphi_1 - 2\varphi_0 + \varphi_3}{h^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right)_0 = \frac{\varphi(x_0, y_0+h) - 2\varphi(x_0, y_0) + \varphi(x_0, y_0-h)}{h^2} = \frac{\varphi_2 - 2\varphi_0 + \varphi_4}{h^2}$$

于是方程 (1) 变为

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - 4\varphi_0 = h^2 F \quad (3)$$

这就是二维场的 Poisson 方程用差分离散的表达式, 叫差分方程。它说明场域 D 分割成正方形网格后场域内部任一节点 o 的电位 φ_0 只与周围四个相邻节点的电位有关。对应于 $F = 0$

的 Laplace 方程, 离散化后的差分方程为

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - 4\varphi_0 = 0 \quad (4)$$

2、边界条件的处理

为了求解给定的边值问题, 除了对场域内偏微分方程进行离散化外, 还必须对边界条件进行离散化处理。

对于第一类边值问题, 由于边界节点的电位全部已经给定, 正如式(2)及图 1 (a)所示, 划分网格时所确定的有关节点均巧好与边界相重, 因此对应于 (2) $\varphi|_L = f(s)$ 的离散处理,

就是把点函数的值直接赋予各边界节点。同时不必再列出这些边界节点的差分方程。整个差分方程组的个数等于所有全部场域内部节点的个数, 内部节点电位函数值均为未知量、但可按式 (3) 列出内节点电位函数的差分方程。未知量的数目等于差分方程的数目。故方程组有定解。

对第二类边值问题, 给定条件为边界 L 上的电位梯度, 边界节点的电位尚待求解。若边界 L 与网格线重合如图 2 所示, 处理的方法是设想待求场域的边界向左延拓。在边界左侧

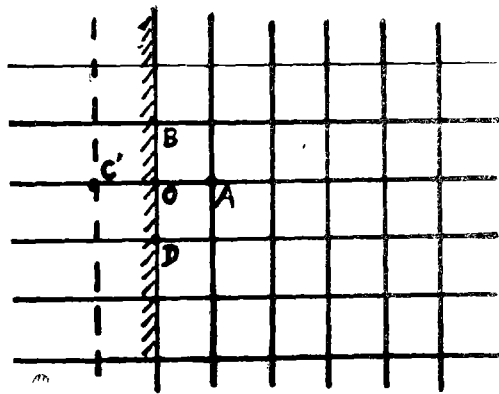


图 2

存在一系列虚拟节点如图 (2) 的 C' 点等。因 $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_L$ 已知, 在 O 点处假定等于 $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_0 = K$, 将

偏导数用一阶差商代替, $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_0 = \frac{\varphi_A - \varphi_{C'}}{2h} = K$, 由此虚拟节点 C' 的电位, 可以求出, 为

$\varphi_{C'} = \varphi_A - 2hK$ 。在列出节点 O 的电位差分方程后, 把 φ_C 用 $\varphi_A - 2hK$ 代入即可消去 $\varphi_{C'}$ 。在 O 点的电位差分方程中未引入新的未知量。整个差分方程组就有定解。一般情况常

有边界上的电位梯度为零, 即 $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_L = 0$ 这时只要把 $\varphi_{C'}$ 用 φ_A 代入即可得出边界节点的

差分方程。关于第二类边值问题的其它情况如边界线 L 不与网格线重合场域中含有两种以上的不同介质, 又有不同的分界面等等情况。边界条件的处理是比较复杂, 这里不一一讨论。

3、差分方程组的求解

A. 差分方程组解的存在及其特点:

前面讨论的是场域 D 及边界条件的离散化处理, 所得的结果是把原始的偏微分方程近似地用差分方程代替, 剩下的问题是这些差分方程如何求解问题. 为便于理解, 仍以图(2)所示的第一类边值问题为例, 进一步阐明差分方程组的特征及其代数解法. 在这里我们假设将场域 D 极其粗略地把它割分为图(3)所示的情况. 如前所述, 给定边值的离散化体现在边界节点上的位函数值应分别以 $f(i)$ 或 $f_i (i=1, 2, 3, 4, \dots, 16)$ 值给定之, 各网格内点则标以 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, [见图(3)].

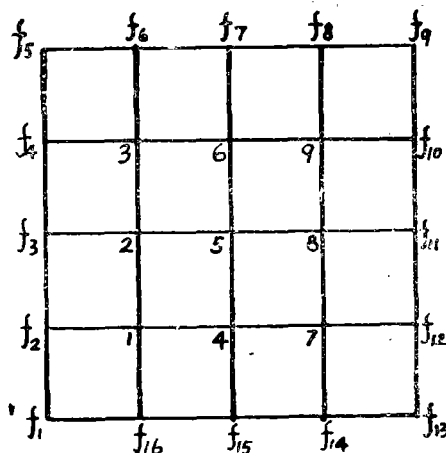


图 3

根据前面已导出的泊松方程的差分形式为

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - 4\varphi_0 = h^2 F$$

所求场域 D 内的偏微分方程

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = F$$

通过内点可以离散化为下列的差分方程组:

内点 1	$-4\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_4$	$= h^2 F - f_2 - f_{16}$
内点 2	$\varphi_1 - 4\varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_5$	$= h^2 F - f_3$
内点 3	$\varphi_2 - 4\varphi_3 + \varphi_1 + \varphi_6$	$= h^2 F - f_4 - f_8$
内点 4	$\varphi_1 - 4\varphi_4 + \varphi_5 + \varphi_7$	$= h^2 F - f_{13}$
内点 5	$\varphi_2 + \varphi_4 - 4\varphi_5 + \varphi_6 + \varphi_8$	$= h^2 F$
内点 6	$\varphi_3 + \varphi_5 - 4\varphi_6 + \varphi_9$	$= h^2 F - f_7$
内点 7	$\varphi_4 - 4\varphi_7 + \varphi_8 + \varphi_{13}$	$= h^2 F - f_{12} - f_{14}$
内点 8	$\varphi_5 + \varphi_7 - 4\varphi_8 + \varphi_9 + \varphi_{11}$	$= h^2 F - f_{11}$
内点 9	$\varphi_6 + \varphi_8 - 4\varphi_9 + \varphi_{10}$	$= h^2 F - f_8 - f_{10}$

(5)

由(5)可见所有内点的差分方程确定了一个联立的线性代数方程组, 方程式左边为未知

数, 右边为已知, 很明显, 未知数的个数等于内点数, 即方程数, 所以解这一联立方程组便可求得各内点的位函数值, 而这些解也就是所求边值问题的数值解。

由(5)又可以看出这个差分方程组有两个特点: 一是差分方程组的数目很大; 二是每个节点方程式只含有少数几个未知数(最多不超过5个)。由第一个特点看来它是由二阶差分代替二阶偏导数会产生一定误差, 对正方形网格来说其误差数量级为步长的平方即 h^2 所以为了保证计算精度要求把场域分割成相当细密的正方形网格, 致使数目增多, 诸如这类问题, 在解方程时, 专门的数值计算方法特别是叠代法得到了广泛的应用。

B. 差分方程组的超松弛叠代法解

前面已分析了差分方程的解是存在的, 同时又根据方程的特点指出这类问题适合用叠代法去求解。但由于方程数目之多, 用手算的张弛法是不适用的, 必须用计算机取代之, 在差分法中, 用于计算机计算的代数解法是超松弛叠代法。这一叠代法的基本方法包含下列几个方面:

第一: 按一个固定的循环依次对每点进行计算。为便于计算, 仍以上例来说明, 即把场域 D 划分为 $M \times N$ 矩形点阵如图(4)所示, 它的每一点的位置用下标 (i, j) 表示, 这 i, j 分

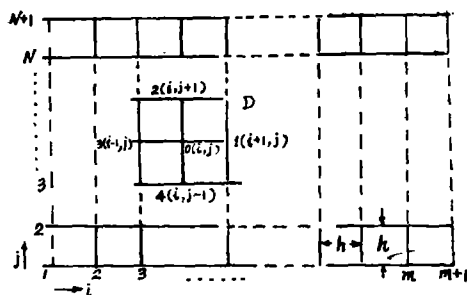


图 4

别为各节点对应的横坐标和纵坐标。这样可以把差分方程(3)表示为

$$\varphi_{(i,j)} = \frac{1}{4} \left[\varphi_{(i+1,j)} + \varphi_{(i,j+1)} + \varphi_{(i-1,j)} + \varphi_{(i,j-1)} - h^2 F \right] \quad (6)$$

在计算的每一循环中, 点的顺序是从左到右, 从下到上。

第二: 是在进行一次叠代循环得到每内节点的电位函数值后, 再进行下一次叠代循环计算每内节点电位函数的数值。在第一次叠代时, 令边界上的节点的电位函数值等于给定值, 其它节点的电位函数值可按情况人为给定(在后面第三部分会具体给出)。这些在第一次叠代时所给的初始值称第0次近似值。而第一次叠代后所得到的各节点的电位函数值称为第一次近似值, 以 $\varphi_{(i,j)}^{(1)}$ 表示。当第一次叠代运算结束后, 计算机的运算重又从左下角开始做起, 自动进入第二次叠代, 所得各内点的位函数值为第二次近似值, 表示之以 $\varphi_{(i,j)}^{(2)}$, ……就这样叠代运算周而复始自动循环。在这里可以看到在逐次近似的叠代循环中, 当内点0电位函数值代以第 $(n+1)$ 次新的近似值时, 关联的内节点3和4的值已为第 $(n+1)$ 次的近似值, 但节点1和2的值则为 n 次近似值, 按这样规定的运算顺序, 第 n 次和第 $n+1$ 次叠代循环之

间的内在联系可通过位函数 φ 值的变化表达式为

$$\varphi_{(i,j)}^{(n+1)} = \frac{1}{4} [\varphi_{(i+1,j)}^{(n)} + \varphi_{(i,j+1)}^{(n)} + \varphi_{(i-1,j)}^{(n+1)} + \varphi_{(i,j-1)}^{(n+1)} - h^2 F] \quad (7)$$

上面这一关系式作为方程组的解法来说, 就是高斯赛得尔叠代法。

第三、引进加速因子, 加速叠代收敛:

实践表明, 当节点数很多时, 采用 (7) 的叠代方法, 收敛是缓慢的, 必须考虑加速叠代收敛的方法。

由 (7) 知, 同一节点上相邻两次叠代值 $\varphi_{(i,j)}^{(n+1)}$ 和 $\varphi_{(i,j)}^{(n)}$ 的差值, 即其余数为

$$\begin{aligned} R_{(i,j)}^{(n)} &= \varphi_{(i,j)}^{(n+1)} - \varphi_{(i,j)}^{(n)} \\ &= \frac{1}{4} [\varphi_{(i+1,j)}^{(n)} + \varphi_{(i,j+1)}^{(n)} + \varphi_{(i-1,j)}^{(n+1)} + \varphi_{(i,j-1)}^{(n+1)} - h^2 F] - \varphi_{(i,j)}^{(n)} \end{aligned} \quad (8)$$

因此 (7) 式变为

$$\varphi_{(i,j)}^{(n+1)} = \varphi_{(i,j)}^{(n)} + R_{(i,j)}^{(n)} \quad (9)$$

超松弛叠代法的一个主要内容, 是引入一个加速收敛因子 α , 并按下式计算 $\varphi_{(i,j)}^{(n+1)}$ 的值

$$\begin{aligned} \varphi_{(i,j)}^{(n+1)} &= \varphi_{(i,j)}^{(n)} + \alpha R_{(i,j)}^{(n)} \\ &= \varphi_{(i,j)}^{(n)} + \frac{\alpha}{4} [\varphi_{(i+1,j)}^{(n)} + \varphi_{(i,j+1)}^{(n)} + \varphi_{(i-1,j)}^{(n+1)} + \varphi_{(i,j-1)}^{(n+1)} - h^2 F - 4\varphi_{(i,j)}^{(n)}] \end{aligned} \quad (10)$$

应当注意, (10) 与 (8) 或 (9) 诸式中有关各项虽然写法相同, 但其内容不同, 原因是 (10) 式中 $\varphi_{(i,j)}^{(n+1)}$, $\varphi_{(i,j)}^{(n)}$, $R_{(i,j)}^{(n)}$ ……各项是存在加速收敛因子 α 情况下所得之值, α 之值介于 1 与 2 之间。显然当 $\alpha = 1$ 时, 即和无引入加速收敛因子的计算式相同。最佳的收敛因子 α 。其值的确定是一个复杂的问题。一般是根据经验来选定。但对第一类边值问题, 若场域为正方形, 且按正方形网格划分, 每边的节点数为 $(M+1)$ 则最佳收敛因子 α_0 可按下列式计算

$$\alpha = \frac{2}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)} \quad (11)$$

若场域为矩形, 由步长为 h 的正方形网格划分, 其两边的节点数分别为 $(M+1)$ 和 $(N+1)$ 且 M 、 N 都很大 (一般大于 15) 那末最佳收敛因子 α_0 为

$$\alpha_0 = 2 - \pi \sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{N^2}} \quad (12)$$

叠代法用计算机进行计算, 直到所有的余数的最大值小于规定的上限为止。由于快速计算这个上限可以规定很小 (例如百万分之一)。

三、差分法具体应用实例

前面我们讨论了离散化中的用差分法求解连续场中的位函数的基本原理和方法, 在这一部分中我们想通过一个实例来说明差分法的具体应用:

设有一个很长的接地金属凹槽电位 $\varphi_1 = 0$, 其上盖对地绝缘, 且电位 $\varphi_2 = 100$ 伏特如图 (5) 所示, 求凹槽中的电场分布。

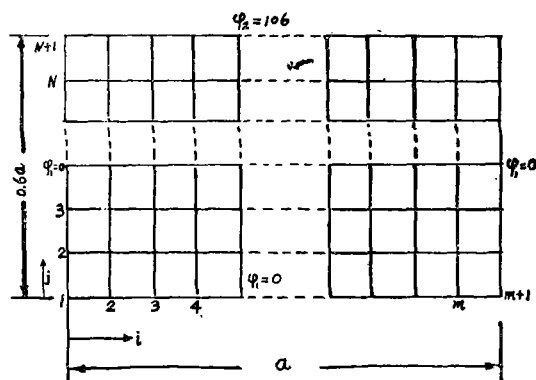


图 5

为求凹槽中的电位分布, 先把待求场域分割成正方形网格, 为便于比较电位函数值的精确度与离散点密度的关系将凹槽截面的宽边分为 M 等分, 窄边为 N 等分, 按矩形截面两边的关系 M, N 应满足 $\frac{N}{M} = 0.6$, 以便求出在不同的 (M, N) 各内点的电位函数值. 由于待求问题是第一类边值问题, 边界节点电位均为已知故有 $(M-1) \times (N-1)$ 个节点电位待求.

场域中各节点 (包括边界节点) 按坐标次序在 X 轴方向从左到右, 在 Y 轴方向从下到上加以编号 $i = 1, 2, 3, \dots, M, M+1$ $j = 1, 2, 3, \dots, N, N+1$. 由于所求的电场可看作一二维静电场的任一网格点 o 应满足拉普拉斯方程, 采用超松弛叠代法则各内节点的差分方程 [见式 (10)] 且令 $F = 0$:

$$\varphi_{(i,j)}^{(n+1)} = \varphi_{(i,j)}^{(n)} + \frac{\alpha}{4} \left[\varphi_{(i+1,j)}^{(n)} + \varphi_{(i-1,j)}^{(n)} + \varphi_{(i,j+1)}^{(n)} + \varphi_{(i,j-1)}^{(n)} - 4\varphi_{(i,j)}^{(n)} \right] \quad (13)$$

按题意, 给定的边值离散化为:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{(1,1-N+1)} &= \varphi_{(1-M+1,1)} = \varphi_{(M+1,1-N+1)} = 0 \\ \varphi_{(2-M, N+1)} &= 100 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

以及

为了加速叠代的收敛速度, 所采用的最收敛因子为公式 (12), 即

$$\alpha = 2 - \pi \sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{N^2}}$$

对于拉普拉斯场, 场内各处电位值必然介于最大边值和最小边值之间, 因此可以给定比较合适的初始值, 使其尽量接近待求的真实解. 为方便计, 这里采用随着 j 增大等差递增方式, 也就是说, 按离散点的划分, 给定的初始值为:

$$\begin{aligned} \varphi_{(i,j)} &= \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{N} (j-1) = \frac{100}{N} (j-1) \\ (i &= 2-M, j = 2-N) \end{aligned} \quad (15)$$

为编写计算程序而设计的计算框图如图 (6). 计算程序用 BASIC II 算法语言编写, 在 TRS-80 型计算机上运算, 为检查叠代解的收敛程度, 取连续两次迭代解的差值的相对值为 10^{-5} , 即

$$W = \frac{\frac{1}{4} [\varphi_{(i+1,j)}^{(n)} + \varphi_{(i,j+1)}^{(n)} + \varphi_{(i-1,j)}^{(n+1)} + \varphi_{(i,j-1)}^{(n+1)}] - \varphi_{(i,j)}^{(n)}}{\frac{1}{4} [\varphi_{(i+1,j)}^{(n)} + \varphi_{(i,j+1)}^{(n)} + \varphi_{(i-1,j)}^{(n+1)} + \varphi_{(i,j-1)}^{(n+1)}]}$$

(16)

= 10⁻⁵.

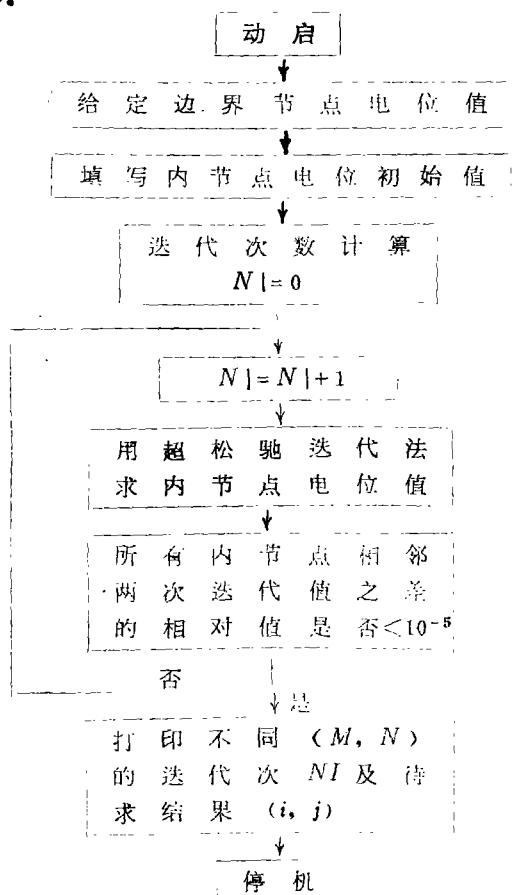


图 6

说明: $A(I, j) \longrightarrow \varphi(i, j)$

I, j ——网格节点的坐标

NI ——迭代次数

G ——判别相邻二次迭代值的相对误差是否小于指定值的指标。

$AL \longrightarrow \varphi_{(i,j)}^{(n)}$

$BL \longrightarrow \varphi_{(i,j)}^{(n+1)}$

CL ——引入加速收敛因子后的 $\varphi_{(i,j)}^{(n+1)}$

WL ——相对误差

程序:

10 INPUT "M,N="; M,N

20 $AF = 2 - 2.1416 * \text{SQR}(2 * (1/M^2 + 1/N^2))$

```

30  CO = 100/N
40  LPRINT "M ="M, "N ="N
50  LPRINT "A ="AF, "C ="CO
60  DIM A(M,N)
70  FOR J=1 TO N+1 : A(I,J) = 0 : NEXT J
80  FOR I=1 TO M+1 : A(I,1) = 0 : NEXT I
90  FOR J=1 TO N+1 : A(M+1,J) = 0 : NEXT J
100 FOR I=2 TO M : A(I,N+1) = 100 : NEXT I
110 FOR I=2 TO M
120   FOR J=2 TO N
130     A(I,J) = CO * (J - 1)
140   NEXT J
150 NEXT I
160 NI=NI+1 : PRINT "NI ="NI : G = 0
170 FOR I=2 TO M
180   FOR J=2 TO N
190     AL = A(I,J)
200     BL = 0.25 * (A(I+1,J) + A(I,J+1) + A(I-1,J) + A(I,J-1))
210     CL = AL + AF * (BL - AL) : WL = ABS((BL - AL)1BL)
220     IF WL > 1E-5 THEN G = G + 1
230     A(I,J) = CL
240   NEXT J
250 NEXT I
260 IF G > 0 NEXT PRINT "G ="G: GOTO 160
270 LPRINT "NI ="NI
280 FOR I=2 TO M
290   FOR J=2 TO N
300     LPRINT "A ("I:", "J") ="A(I,J)
310   NEXT J
320 NEXT I
330 END

```

在执行中可输入不同的 (M,N) 例如 (10,6), (20,12), (40,24) 等以求得各 A(I,J) 值。

参 考 文 献

- [1] Analysis and computation of Electric and Magnetic Field problems K. J. Binns, P. LaWrenson pergamon Press, (1969).
- [2] "电磁场有限单元法", 曾余庚、徐国华等编著。
- [3] "电磁场与波", 谢处方等编著。
- [4] O. W. Andersen, Electrostatic Field calculation: computer program, Trans. power APP syst, vol. PAS-88, Mar. (1969).