

可见光的“粉末”衍射

唐尔安 黄汝显

(物理系)

提 要

本文记叙了可见光“粉末”衍射的实验与发现,概述“粉末”元件的多种制备方法,比较了两种粗细不同的激光束照射于板时所产生的衍射图样,并且提出可见光“粉末”衍射的模型,从理论上详细分析和讨论产生这种衍射的机理。

一、实 验 与 发 现

出于某种考虑,作者之一曾把两块全息干板叠合在一起拍影全息图。与往常一样,我们将处理好的全息干板分别用原参考光照射,观察被摄物的象,结果与我们所预料的情况一样,它与单块干板拍摄的全息图的成象并无两样。然而却发现了一个意外的现象:当我们的视野进入参考光直射范围(即全息图的零级衍射范围)内时,看到的不是一片亮光(即被干板调制了强度的参考光),而是极有规则明暗相间的同心圆环。这显然是一种衍射现象。由于这个发现,使我们的注意力转移到这方面来。

为了排除其它因素的干扰,我们重新布置了实验装置。如图1所示,由 He—Ne 激光

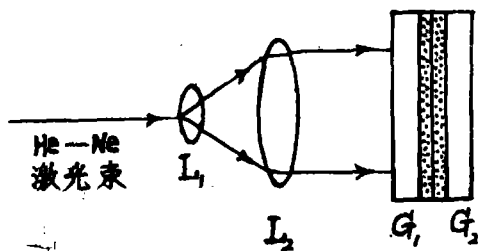


图 1

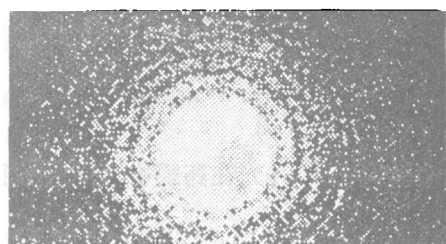
器发射出来的细激光束,经扩束镜 L_1 扩束后,再经良好的凸透镜 L_2 使其成为照射面积较大的平面光波,垂直照射到药膜面叠合在一起的两块全息干板 G_1 和 G_2 上。干板经适当曝光后作常规处理,再漂白、冲洗并吹干。如此制作出来的两块干板,不论在球面光波还是平面光波照射下都能产生上述的衍射现象。这说明两块干板都是一种衍射元件。

在上述衍射元件的制备过程中,我们充分注意到干板 G_2 的作用,并对此作了若干考虑。为此,我们先后用全反射镜、半反射镜及优质毛玻璃等替代干板 G_2 ,拍摄结果都能使干板 G_1 形成衍射元件,把两块干板药膜面相背放置、拍摄结果两块干板也能形成衍射元件,但它们的衍射效果要差些。

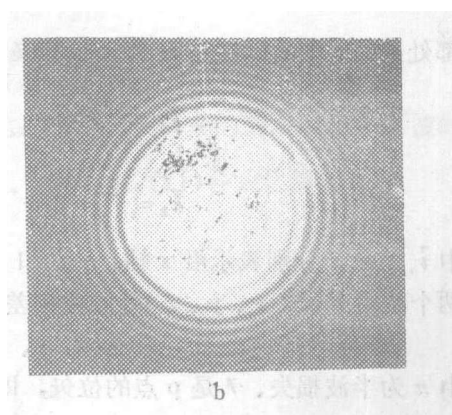
事实上、拍摄时也可以不用透镜 L_2 、而用球面光波拍摄出来的衍射元件效果也十分理想。

用上述方法制备出来的衍射元件曾用各种光源:如钠光、汞灯光、铁弧光、白炽灯光等照射,所看到的衍射花样与预想到的现象相符、即见到了黄、暗相间的以及彩色的同心圆环。

必须特别指出的是:在光束照射下,干板上任一局部都将产生相同的衍射花样。因此这种现象绝非是光束对干板上某种固有图样简单投影。事实上,干板中也并不存在类似于衍射花样的图形。图2(a)是由激光器发射出来的细激光束直接照射在干板(衍射元件)很小的一个局部上产生的衍射花样(接收屏距元件约0.5米);如果把接收屏移至距元件约2米左右的地方,我们还能清晰地看到的粗条纹中乃有许多十分精细的明暗条纹,(b)是粗激光束(光束截面直径约35mm)照射在干板较大的面积上产生的衍射花样(会聚透镜 $f:360\text{mm}$),它的衍射园环的连续性要比a好得多。



a



b

图 2

说明:在(a)、(b)两幅照片的负片中,零级及其附近的几个衍射园环黑度太大,因此,翻拍正片时没能显现出来。

二、理 论 分 析

为什么会产生上述一系列同心圆环呢?现在就来分析这个问题。

我们所用的全息干板具有较高的分辨率、用 He—Ne 激光束拍摄的全息图每毫米大致容下 2000 条线、银颗粒的线度约 0.1μ 、正好与可见光的波长同数量级,这样的颗粒对 He—Ne 激光是很好的散射源。因此,问题的关键就在于银颗粒的分布。下面着重讨论这个问题。

为普遍适用起见,首先考虑两束相干平面波在全息干板的药膜中发生干涉所构成的条纹间距和取向。如图3所示,我们把直角坐标系的原点 O 置于药膜与反射体(平面镜的银面、毛玻璃或另一全息干板的药膜)的交界处靠近中心, x 轴和 Z 轴都沿交界面(图中只标出 x

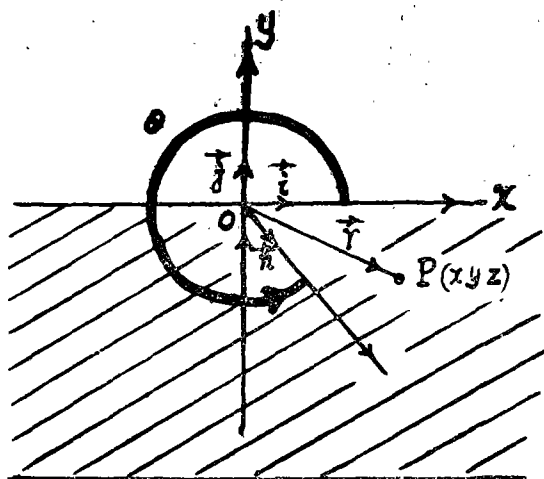


图 3

轴), y 轴垂直于界面。并假定入射平面波和沿 θ 方向传播的反射平面波的波矢量 \vec{k}_1 和 \vec{k}_2 都处于 xy 平面内, 它们与 x 轴的夹角分别是 $-\frac{\pi}{2}$ 和 θ , 所以

$$\left. \begin{aligned} \vec{k}_1 &= -\frac{2\pi}{\lambda} \vec{j} \\ \vec{k}_2 &= \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 \vec{i} 、 \vec{j} 和 \vec{n} 分别表示沿 x 轴、 y 轴和 θ 方向的单位矢量, λ 是光在药膜中的波长, 因而, 这两个波在 P 点(x, y, z)处的位相差等于

$$\Delta(x, y, z) = \vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \pi \quad (2)$$

其中 π 为半波损失, \vec{r} 是 P 点的位矢, 即

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (3)$$

这里 \vec{k} 是沿 z 轴的单位矢量。将(1)(3)两式代入(2)式, 得

$$\begin{aligned} \Delta(x, y) &= \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \theta + \frac{2\pi y}{\lambda} \sin \theta - \frac{2\pi y}{\lambda} - \pi \\ &= \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \theta + \frac{2\pi y}{\lambda} (\sin \theta - 1) - \pi \end{aligned} \quad (4)$$

满足下列条件的亮点 P 的轨迹就是李普曼层

$$\frac{2\pi x}{\lambda} \cos \theta + \frac{2\pi y}{\lambda} (\sin \theta - 1) - \pi = 2m\pi \quad (5)$$

$$\text{或} \quad \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \theta + \frac{2\pi y}{\lambda} (\sin \theta - 1) = (2m + 1)\pi \quad (6)$$

经冲洗处理后, 银颗粒就沉淀在李普曼层上。整数 m 是干涉的级数, 不同的 m 对应于不同的李普曼层。由上式可得出确定李普曼层的方程式

$$y = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} x - \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{1 - \sin \theta} \quad (7)$$

这是平行于 z 轴的平面方程, 其斜率为

$$\tan \alpha = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} \quad (8)$$

在 y 轴上的截距 h 等于

$$h = -\frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{1 - \sin \theta} \quad (9)$$

那么, 在 y 轴方向上相邻两层的间隔是

$$\Delta h = \frac{\lambda}{1 - \sin \theta} \quad (10)$$

所以, 相邻两层的间距 b 应为

$$b = \frac{\lambda |\cos \theta|}{1 - \sin \theta} \quad (11)$$

相应的空间频率是

$$v = \frac{1}{b} = \frac{1 - \sin \theta}{\lambda |\cos \theta|} \quad (12)$$

应用(8)式及三角的基本公式, 可得

$$\tan(2\pi - \theta + \alpha) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} \quad (13)$$

这是李普曼层平分入射波与反射波两波前的交角的数学表示式。

现在有条件具体来讨论银颗粒的分布问题。为此, 先考虑较简单的情形: 用平面镜的银面作为反射体。这时, $\theta = \frac{3\pi}{2}$, (1)、(7)、(8)、(10)、和(11)各式化简为:

$$\begin{aligned} \vec{k}_1 &= \frac{2\pi}{\lambda} \vec{j} \\ \vec{k}_2 &= -\frac{2\pi}{\lambda} \vec{j} \end{aligned} \quad (14)$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (15)$$

$$\tan \alpha = 0, \text{ 即 } \alpha = 180^\circ \quad (16)$$

$$\Delta h = \frac{\lambda}{2} = b \quad (17)$$

由(15)式所表示的李普曼层平行于全息干板的药膜面, (17)式说明每相邻两层间的距离等于 $\frac{1}{2} \lambda$ (每毫米约4000条线), 银颗粒正是无规则地分布在这些平面层上(与原全息干板中银颗粒的无规则分布有关)。所以, 必然存在有大量无规则排列的小体积元, 在这些小体积元内, 颗粒的分布是有规则的, 它们类同于 x 光粉末衍射中的小晶体(图4), 总有一些“小晶体”相对于入射线的方位, 恰好满足乌利夫——布喇格公式:

$$2d \sin \phi = n\lambda \quad (18)$$

经颗粒散射后, 生成的反射线必定位于顶角等于 2ϕ 的圆锥面上, 如果入射线是单色光(譬如 He—Ne 激光), 那么, 相同的 n 和不同的 d (或不同的 n 和 d), 对应于不同顶角的圆锥面, 因而, 在垂直于入射线的屏幕上显示出如图2所拍摄的一系列同心圆环。

现在来讨论用毛玻璃(也适用于以另一全息干板的药膜作为反射体)作为反射体的情形。

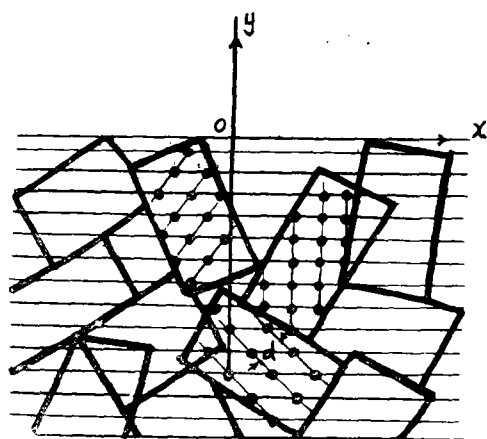


图 4 无规则排列的“小晶体”方块示意图

由毛玻璃散射的光波可以分解为一系列平面波、在药膜内部、这些平面波的矢量 \vec{k} 对应于(1)式 \vec{k}_2 中的 θ 从 π 逐渐增大到 $\frac{3}{2}\pi$, 並以 y 为轴旋转一周的所有可能取向。这样, 每一个作为散射波的分量的平面波均与入射平面波发生干涉, 形成一组具有一定条纹间距和取向的李普曼层, 如图 5 所示, 于是这个全息图就可以被想象为由很多不同间距和取向的李普曼层所组

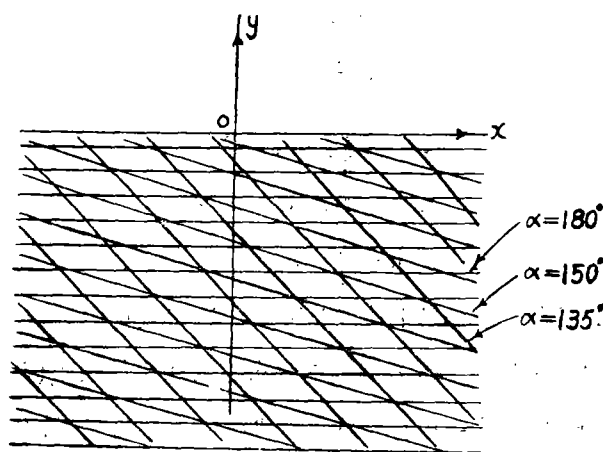


图 5

成。下表列出了波矢量 \vec{k} 在 xy 平面内, θ 从 π 逐渐增加到 $\frac{3}{2}\pi$ 间隔中三个特殊角 π , $\frac{7}{6}\pi$, 和 $\frac{3}{2}\pi$ 的有关方程和数据, 其中有表示李普曼层的方程式、斜率、 y 轴截距和相邻两层的间距。

三个特殊角的李普曼层方程及其有关数据

θ 值	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$
李普曼层的方程	$y = -x - (m + \frac{1}{2})\lambda$	$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{(2m+1)\lambda}{3}$	$y = -\frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{2}$
斜 率 $\text{tg}\alpha$	-1 ($\alpha=135^\circ$)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ ($\alpha=150^\circ$)	0 ($\alpha=180^\circ$)
y	$h = -(m + \frac{1}{2})\lambda$	$h = -\frac{(2m+1)\lambda}{3}$	$h = -\frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{2}$
轴	$m=0$ $h = -\frac{1}{2}\lambda$	$h = -\frac{1}{3}\lambda$	$h = -\frac{1}{4}\lambda$
上	$m=1$ $h = -\frac{3}{2}\lambda$	$h = -\lambda$	$h = -\frac{3}{4}\lambda$
的	$m=2$ $h = -\frac{5}{2}\lambda$	$h = -\frac{5}{3}\lambda$	$h = -\frac{5}{4}\lambda$
截	$m=3$ $h = -\frac{7}{2}\lambda$	$h = -\frac{7}{3}\lambda$	$h = -\frac{7}{4}\lambda$
距	$m=4$ $h = -\frac{9}{2}\lambda$	$h = -\frac{9}{3}\lambda$	$h = -\frac{9}{4}\lambda$
h			
在 y 方向上相邻 两层的间隔 Δh	$\Delta h = \lambda$	$\Delta h = \frac{2}{3}\lambda$	$\Delta h = \frac{1}{2}\lambda$
相 邻 两 层 的 间 距 b	$b = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$	$b = \frac{\sqrt{3}}{3}\lambda$	$b = \frac{1}{2}\lambda$

上表数据说明, 李普曼层的分布是很有规则的, 斜率从 -1 ($\alpha=135^\circ$) 逐渐增加到 0 ($\alpha=180^\circ$), 在 y 方向上相邻两层的间隔从一个波长逐渐减小到半个波长。但银颗粒仍是无规则地分布在这些李普曼层上。因此, 同上述情况一样, 也存在着许许多多无规则排列的“小晶体”, 凡满足乌利夫——布喇格公式的 λ 射线, 经衍射后也必然在垂直于 λ 射线的屏幕上产生一系列同心圆环。

三、结 束 语

尽管可见光的“粉末”衍射与 x 光粉末衍射存在着某种差异, 然而这种衍射现象毕竟在可见光范周内产生了, 所以它提供了一种研究干板药膜内银盐颗粒分布情况的可能性。此外, 由于这种衍射现象具有很好的直观性, 元件的制备又十分简便, 所以可以直接用于课堂演示。并且从原则上来说这种“粉末”衍射模型也可以推广到红外与紫外。

参 考 文 献

- [1] [日] 大越孝敬著, 董太和译, 三维成象技术, 机械工业出版社, (1982).
- [2] J. W. 顾德门著, 詹达三等译, 傅里叶光学导论, 科学出版社, (1979).