

型钢截面压杆设计的简化

陈 云 惠

(土木工程系)

提 要

《力学与实践》杂志刊载的《几种常用截面压杆设计的一种简便方法》一文,对简单截面的压杆设计作了有意义的简化,但对于工程上常用的型钢截面的压杆设计尚未进行简化。本文对于型钢截面的压杆设计提出一种简化方法。

《力学与实践》杂志 1981 年第 4 期刊载的吴荣礼同志文章《几种常用截面压杆设计的一种简便方法》,对圆形、矩形、正方形以及它们的空心截面的压杆设计作了有意义的简化,避免了现行的试算法的反复运算过程。该文提到:“至于型钢或复杂截面的压杆设计,有待进一步探讨”,本文对于型钢截面的压杆设计提出一种简化方法。

一、简 化 方 法

采用折减系数法时,压杆的稳定条件为

$$\frac{P}{A} \leq \phi[\sigma]. \quad (1)$$

式中, P 为压杆承受的中心压力, A 为压杆的横截面面积, ϕ 为折减系数, $[\sigma]$ 为材料的静荷强度容许应力。其中,折减系数 ϕ 值决定于压杆柔度 λ 值。而 $\lambda = \frac{\mu l}{i}$, μ 为长度系数, i 为截面的惯性半径。当截面尺寸尚未确定时, i 为未知量,即 λ 值以及 ϕ 值均为未知,因而只根据 (1) 式,便难以直接确定压杆的截面尺寸,故目前工程上常用的办法是通过反复试算渐次找到合适的截面尺寸。

现引入一个新的系数

$$c = \frac{A}{i^2} \quad (2)$$

c 称为压杆截面系数。对于圆形、正方形等这些简单截面, c 仅与截面形状有关(如圆截面的 $c = 4\pi$, 正方形截面的 $c = 12$, 等等); 对于型钢截面,例如对于所有工字钢截面, c 却非常数,而是与工字钢型号一一对应的系数(根据每个型号的 A 、 i 算出)。有了 (2) 式所表示

的关系,作为补充条件,则上述的反复试算可以免避,而能只需一次运算即可确定所需的截面尺寸。

以(2)式代入(1)式,并考虑到 $\lambda = \frac{\mu l}{i}$, 整理之,得

$$\frac{P}{(\mu l)^2 [\sigma]} \leq C \frac{\phi}{\lambda^2} \quad (3)$$

(3)式的左边,在截面设计时,均为已知量。

现分析(3)式的右边。因 ϕ 值决定于 λ 值,故 ϕ/λ^2 即是 λ 的函数,亦即 $\mu l, i$ 的函数,前已说明,对于型钢来说, c 值是与各个型号相对应,也可以说, c 值是与各个型号的 i 相对应。因此, $c \frac{\phi}{\lambda^2}$ 值是由各个型号型钢的 i 和压杆的相当长度 μl 这两个参数所确定。

(3)式是压杆稳定条件(1)式的另一表达式。它表明,由已知的 $P, \mu l, [\sigma]$ 所确定的综合量 $P/(\mu l)^2 [\sigma]$ 必须小于或等于 $c \frac{\phi}{\lambda^2}$ 这个容许值(c 是所选用的型号型钢的压杆截面系数)。

若预先制出各型号型钢对应于不同的 μl 值的 $c \frac{\phi}{\lambda^2}$ 表,则可根据已知量 $P/(\mu l)^2 [\sigma]$ 在表中相应的 μl 栏内直接找到所需的型钢型号。

以工字钢为例,制作 $c \frac{\phi}{\lambda^2} \sim (i, \mu l)$ 表的方法是:首先算出各型号的 $c (= \frac{A}{i^2})$ 值,根据 μl 及 i 算出 λ 值,并据以查算 ϕ 值,则得 $c \frac{\phi}{\lambda^2}$ 表,如表1、表2所示。

二、 举 例

例1 两端铰支的工字钢,已知长度 $l=1m$, 承受中心压力 $P=300kN$, 容许应力 $[\sigma]=170Mpa$, 试选择工字钢的型号,并按稳定条件式(1)进行验算。

解

$$\frac{P}{(\mu l)^2 [\sigma]} = \frac{300 \times 10^3}{(1 \times 1)^2 \times 170 \times 10^6} = 17.65 \times 10^{-4}$$

因对应于较小的 i 的方向首先失稳,故在表2的 $\mu l=1m$ 栏内选用14号工字钢 ($c \frac{\phi}{\lambda^2} = 18.31 \times 10^{-4} > 17.65 \times 10^{-4}$)。

验算 14号工字钢的 $A=21.5 \times 10^{-4} m^2$, $i_y=1.73 \times 10^{-2} m$

$$\lambda_y = \frac{\mu l}{i_y} = \frac{1}{1.73 \times 10^{-2}} = 57.8, \text{查得 } \phi = 0.852$$

$$[\sigma]_w = \phi [\sigma] = 0.852 \times 170 = 144.8 Mpa$$

$$\frac{P}{A} = \frac{300 \times 10^3}{21.5 \times 10^{-4}} = 139.5 \times 10^6 pa = 139.5 Mpa < [\sigma]_w = 144.8 Mpa$$

故所选工字钢满足稳定条件。

例2 一端固定,一端自由的工字钢,长度 $l=0.725m$, 承受中心压力 $P=580kN$, 容许

应力 $[\sigma]=170\text{Mpa}$, 试选择工字钢型号。

解

$$\mu l = 2 \times 0.725 = 1.45\text{m}$$

$$\frac{P}{(\mu l)^2 [\sigma]} = \frac{580 \times 10^3}{(1.45)^2 \times 170 \times 10^6} = 16.23 \times 10^{-4}$$

在表 2 中, $\mu l = 1.4\text{m}$ 与 1.5m 之间作线性内插, 选用 22a 工字钢

$$\left[c \frac{\phi}{\lambda^2} = \left(18.35 - \frac{18.35 - 15.25}{10} \times 5 \right) \times 10^{-4} = 16.8 \times 10^{-4} > 16.23 \times 10^{-4} \right].$$

例 3 一工字钢承受中心压力 $P = 600\text{kN}$, 长度 $l = 2\text{m}$, $\mu_x = 0.7$, $\mu_y = 1$, 容许应力 $[\sigma] = 170\text{Mpa}$, 试选择工字钢型号。

解

1、防止绕 x 轴失稳

$$\frac{P}{(\mu_x l)^2 [\sigma]} = \frac{600 \times 10^3}{(0.7 \times 2)^2 \times 170 \times 10^6} = 18 \times 10^{-4}$$

在表 1 的 $\mu_x l = 1.4\text{m}$ 栏中选用 20b 工字钢 ($c \frac{\phi}{\lambda^2} = 19.83 \times 10^{-4} > 18 \times 10^{-4}$)

2、防止绕 y 轴失稳

$$\frac{P}{(\mu_y l)^2 [\sigma]} = \frac{600 \times 10^3}{(1 \times 2)^2 \times 170 \times 10^6} = 8.82 \times 10^{-4}$$

在表 2 的 $\mu_y l = 2\text{m}$ 栏中选用 25b 工字钢 ($c \frac{\phi}{\lambda^2} = 9.6 \times 10^{-4} > 8.82 \times 10^{-4}$)

为了保证沿两个侧向都不失稳, 须选 25b 工字钢。

由上述几例可见, 用这种方法选择型钢是很方便的。

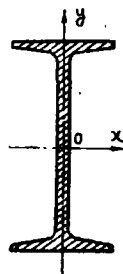


图 1

三、适 用 范 围

这种方法的适用范围:

1、对于任意形状型钢单根压杆的截面设计, 均可通过预先制作 $c \frac{\phi}{\lambda^2} \sim (i, \mu l)$ 表来进行。

这对于钢结构设计将提供一定方便。

2、对于由型钢组成的组合截面, 例如:

槽钢组合截面 (图2-a、b), 当两个方向的惯性矩相等时 (一般要求如此), $I_x = I_y$, 可用上述方法选择槽钢型号;

角钢组合截面 (图3), 对于防止绕 x 轴失稳, 可用上述方法选择角钢型号。

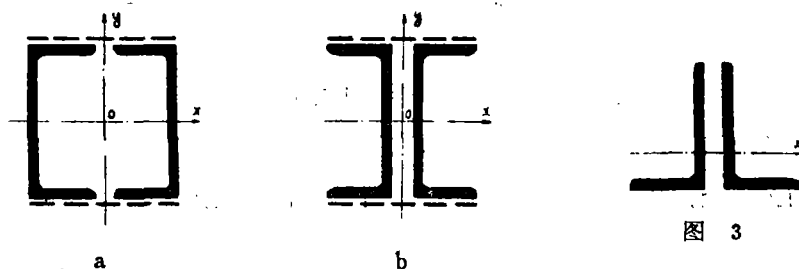
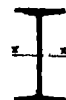


图 2

图 3

表 1 工字钢对于 x 轴的 $c \frac{\phi}{\lambda^2}$ 值 (表内数 $\times 10^{-4}$)



$\mu l(m)$	$c \frac{\phi}{\lambda^2}$...	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	...
型号														
10			13.86	11.40	9.53	8.08	6.92	5.98	5.22	4.56	4.03	3.58	3.20	
12.6			17.89	14.62	12.26	10.42	8.96	7.72	6.76	5.97	5.30	4.70	4.22	
14			21.10	17.46	14.66	12.38	10.67	9.29	8.07	7.15	6.32	5.65	5.09	
16			25.81	21.34	17.93	15.09	13.00	11.31	9.94	8.78	7.75	6.94	6.24	
18			30.27	25.17	21.01	17.76	15.38	13.32	11.72	10.32	9.15	8.22	7.37	
20a			35.05	29.04	24.44	20.61	17.82	15.52	13.64	11.97	10.68	9.59	8.65	
20b			38.93	32.39	27.02	23.17	19.83	17.33	15.13	13.32	11.86	10.61	9.60	
22a			41.95	34.70	29.16	24.46	21.11	18.40	16.17	14.31	12.75	11.43	9.77	
22b			46.04	38.26	31.79	27.18	23.53	20.32	17.90	15.71	14.04	12.61	11.29	
25a			48.29	39.88	33.38	28.34	24.35	21.42	18.76	16.56	14.73	13.16	11.96	
25b			52.87	43.73	36.76	31.33	27.02	23.51	20.66	18.29	16.30	14.60	13.16	
28a			53.31	45.60	38.31	32.51	27.96	24.28	21.58	19.03	16.92	15.14	13.61	
28b			60.71	50.15	42.35	36.05	31.05	27.02	23.73	21.00	18.71	16.78	14.94	
32a			66.87	55.19	46.37	39.70	34.05	29.52	25.87	23.17	20.58	18.38	16.52	
32b			73.19	60.50	50.78	43.52	37.43	32.54	28.54	25.23	22.49	20.13	18.13	
36a			76.25	62.86	52.88	44.95	38.70	33.85	29.69	26.24	23.36	20.95	18.88	
32c			79.78	65.87	55.29	47.33	40.87	35.03	30.82	27.32	24.38	21.89	19.76	
36b			80.38	68.83	57.82	49.21	42.38	37.16	32.69	28.49	25.43	22.86	20.64	
40a			86.02	71.07	59.64	50.81	43.76	38.19	33.26	29.61	26.55	23.91	21.31	
36c			90.38	74.71	62.64	53.43	46.43	39.82	35.13	31.24	27.94	24.77	22.41	
40b			94.00	77.71	65.25	55.61	47.91	41.65	36.30	32.38	29.09	25.82	23.42	
40c			101.65	83.96	70.63	60.08	51.78	45.04	39.60	34.95	31.23	28.03	25.11	
45a			101.92	84.37	70.78	60.69	51.95	45.26	39.73	35.20	31.42	28.30	25.38	
40b			110.80	91.70	76.93	65.57	56.46	49.19	43.19	38.26	34.42	30.70	27.58	
50a			118.84	98.40	82.61	70.34	60.61	52.85	46.42	41.06	36.60	32.87	29.36	
45c			119.56	98.97	83.03	70.77	60.94	53.09	46.61	41.29	37.00	33.08	29.74	
50b			129.19	106.48	89.34	76.26	65.67	57.23	50.24	44.52	39.67	35.61	32.17	
56a			135.23	111.49	93.84	79.99	68.84	60.04	52.68	46.67	41.67	37.31	33.70	
50c			139.01	114.61	96.20	82.13	70.74	61.66	54.14	47.87	42.76	38.31	34.75	
56b			146.50	120.69	101.51	86.48	74.62	65.04	57.04	50.51	45.08	40.44	36.44	
63a			155.15	127.99	107.83	91.74	78.91	68.89	60.47	53.66	47.81	42.83	38.71	
56c			157.83	130.44	109.61	93.30	80.45	70.08	61.59	54.50	48.62	43.59	39.34	
63b			167.51	138.62	116.14	99.08	85.14	74.25	65.33	57.92	51.56	46.27	41.79	
63c			179.53	145.21	124.67	106.23	91.50	79.71	70.06	62.06	55.35	49.63	44.79	

表 2 工字钢对于 y 轴的 $c \frac{\phi}{\lambda^2}$ 值(表内数 $\times 10^{-4}$)

$\mu l(m)$	$c \frac{\phi}{\lambda^2}$...	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	...
型号														
10			11.61	9.16	7.34	5.91	4.79	3.90	3.17	2.59	2.11	1.71	1.40	
12.6			15.01	11.92	9.58	7.77	6.35	5.22	4.30	3.53	2.92	2.40	1.97	
14			18.31	14.61	11.82	9.69	7.95	6.59	5.48	4.57	3.83	3.20	2.67	
16			22.86	18.34	14.92	12.29	10.21	8.52	7.16	6.06	5.13	4.34	3.68	
18			27.17	21.90	17.89	14.77	12.32	10.35	8.74	7.42	6.32	5.40	4.62	
20a			31.88	25.78	21.16	17.55	14.71	12.37	10.51	8.97	7.63	6.61	5.63	
20b			35.38	28.50	23.28	19.31	16.11	13.53	11.49	9.79	8.37	7.18	6.17	
22a			38.41	31.19	25.68	21.33	18.35	15.25	13.00	11.17	9.65	8.33	7.25	
22b			42.20	34.21	28.14	23.41	19.69	16.69	14.23	12.22	10.52	9.11	7.88	
25a			44.70	36.24	29.96	24.97	21.01	17.91	15.23	13.19	11.39	9.89	8.64	
25b			49.28	39.95	33.02	27.53	23.24	19.74	16.85	14.54	12.56	10.94	9.60	
28a			51.62	41.78	34.51	28.85	24.35	20.75	17.80	15.37	13.32	11.57	10.13	
28b			56.61	46.05	38.03	31.80	26.91	22.79	19.54	16.87	14.64	12.75	11.15	
32a			62.53	51.01	42.20	35.38	28.60	25.44	21.93	18.95	16.49	14.42	12.62	
32b			68.37	55.80	46.13	38.73	32.63	27.86	24.00	20.76	18.00	15.74	13.76	
36a			71.29	58.16	48.22	40.44	34.26	29.18	25.13	21.77	18.98	16.78	14.57	
32c			74.73	60.64	50.20	42.12	35.49	30.32	26.11	22.53	19.62	17.09	15.04	
36b	...		77.90	63.45	52.43	44.10	37.32	31.82	27.37	23.66	20.58	17.98	15.76	...
40a			81.02	66.06	54.77	45.91	38.98	33.19	28.61	24.85	21.67	19.00	16.72	
36c			84.38	68.93	56.73	47.67	40.38	34.34	29.59	25.54	22.25	19.39	17.02	
40b			88.15	71.89	59.47	49.82	42.17	36.06	31.17	26.98	23.51	20.54	18.06	
40c			95.52	77.65	64.18	53.72	45.62	38.89	33.43	28.89	25.20	22.03	19.33	
45a			96.38	78.58	65.37	54.75	46.60	39.84	34.37	29.95	26.11	22.97	20.25	
45b			104.72	85.63	70.67	59.37	50.44	43.24	37.29	32.29	28.21	24.78	21.35	
45c			113.34	92.28	76.39	64.05	54.28	46.40	40.11	34.80	30.36	26.60	23.46	
50a			113.83	92.83	76.91	64.87	55.03	47.11	40.90	35.55	31.23	27.42	24.21	
50b			122.60	100.37	84.79	69.82	59.40	51.04	43.97	38.32	33.69	29.54	26.13	
56a			129.40	105.46	87.89	73.72	62.94	54.20	46.84	40.90	35.78	31.42	27.62	
50c			131.60	107.27	89.44	75.05	63.73	54.39	47.14	41.11	35.95	31.56	27.87	
56b			139.96	114.32	94.76	80.05	68.01	58.87	50.70	44.09	38.73	34.15	30.26	
63a			148.10	121.40	101.14	85.34	72.76	62.42	54.10	47.26	41.56	36.67	32.46	
56c			150.28	123.53	102.39	86.00	73.48	63.00	54.50	47.64	41.71	36.74	32.52	
63b			160.30	131.69	115.71	92.17	78.31	67.45	58.59	50.97	44.86	39.48	35.09	
63c			172.32	140.74	117.42	98.77	84.40	72.34	62.64	54.81	48.09	42.50	37.63	

注: 1. 表 1、表 2 中 ϕ 值的计算根据钢结构设计规范 (TJ17—74) 附表 17 (A₃ 钢)

2. 工字钢型号的排列以 $C - \frac{\phi}{\lambda^2}$ 值从小到大为序