

场效应晶体管在低电平下 变阻特性的数学模型

周再发 陈文挺

(电子工程系)

提 要

本文介绍了场效应晶体管在低电平下变阻特性的物理概念及其用途,并叙述了如何通过实验,测出实验数据,然后根据数据处理原理并借助于计算机求出其数学模型。

前 言

由于场效应晶体管在低电平下(即 V_{DS} 小)具有变阻特性,因此常常作为变阻元件或分压元件而被应用于自动控制系统,自动调节系统,交流恒流源等电子仪器中。然而过去利用这一特性时,只能通过多次的反复实验才能找到最佳工作点,这样科技人员往往要花费很多精力和宝贵时间。如果能用数学模型来描绘这一特性,那么,就能很快地找到最佳工作点,工作效率就能大大提高。

但是,目前国内尚没有发表有关场效应晶体管在低电平下变阻特性的数学模型这方面的论文和资料,这就给用户带来很多不便之处,而且阻碍了场效应晶体管这一特性的推广应用。为此我们通过实验,取得一定数量的实验数据,然后根据数据处理的原理并借助于计算机求出了场效应晶体管在低电平下变阻特性的数学模型。

一、场效应晶体管在低电平下变阻特性

由于场效应晶体管在漏极——源极间电压(V_{DS})小的情况下呈变阻特性,也就是在 V_{DS} 小的范围内,改变栅极——源极间的电压(V_{GS}),场效应晶体管的内阻也跟着改变,如图1所示,①~④是对应于不同 V_{GS} 时低电平下的一组特性曲线。

为了分析漏极电流 I_D ,漏极——源极间电压 V_{DS} ,栅极——源极间电压 V_{GS} 之间的关系,先作负载线 ab 交于曲线①~④于1,2,3,4点。

如果输入电压 $V_{\lambda} = \text{常数}$ (如图2所示),假设在某一个 V_{GS_i} 下,得到一个 I_{D_i} (如图

1所示), 场效应晶体管的内阻 $R_{\text{内}4}$ 为(参照图2):

$$R_{\text{内}4} = \frac{V_{\text{入}} - I_{D4}R}{I_{D4}} = \frac{V_{\text{DS}4}}{I_{D4}} \quad (1)$$

若 $V_{\text{DS}4}$ 减少到 $V_{\text{DS}3}$, 即工作点延着负载线 ab 由4点移到3点, 那么电流 I_{D4} 就减少到 I_{D3} , 而 $V_{\text{DS}4}$ 增加到 $V_{\text{DS}3}$, 其内阻也由 $R_{\text{内}4}$ 增加到 $R_{\text{内}3}$, 反之亦然。

这样当输入电压 $V_{\text{入}}$ 不变, 改变加在栅极——源极间的电压, 场效应晶体管的内部电阻也跟着改变, 其漏极——源极间的电压也就跟着改变。

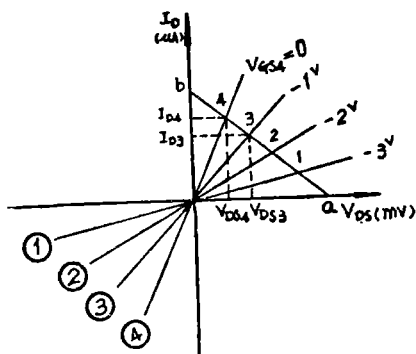


图1 N型沟道耗尽型(MOS)低电平下变阻特性曲线

二、实 验 线 路

要找出场效应晶体管低电平下变阻特性的数学模型, 首先就要通过实验, 取得一定数量的实验数据, 并根据这些实验数据描绘出特性曲线, 然后根据数据处理的原则并借助于计算机求出数学模型。

实验线路如图2所示。图中:

T——场效应晶体管

$U_{\text{入}}$ ——由频率发生器供给的交流电压

E——直流稳压器供给的直流电压

W——电位器

R——电阻

$U_{\text{出}} = U_{\text{DS}}$ ——由电子毫伏表测得的交流输出电压(即场效应晶体管的漏极——源极间电压)

当输入 $U_{\text{入}}$ 固定在某一值时(一般在200~400mV之间), 移动W的动触头, 从而改变 U_{g} 的大小, 对应于每一个 U_{g} 测出一个 $U_{\text{出}}$, 然后求出 $K = U_{\text{出}}/U_{\text{入}}$, K就是场效应晶体管的分压系数, 根据实验取得 $K_N = f(U_{\text{g}})$ 的对应数据($N=1, 2, 3, \dots$), 描绘出特性曲线如图3所示。

在测量数据时应注意以下两点:

1, 每测一点 U_{g} 和 $U_{\text{出}}$ 值时, 一定要

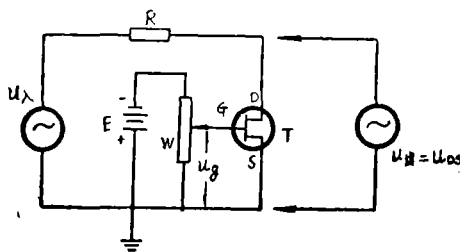


图2 实验线路图

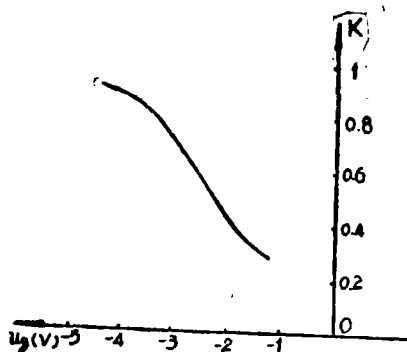


图3 $U_{\text{g}}-K$ 的对应曲线

保持 $U_{\text{人}}$ 不变。

2, 测量 $U_{\text{出}}$ 和 $U_{\text{人}}$ 时要用同一个仪表, 从而尽量减少其误差。

三、运用数据处理原理求拟合曲线的数学模型

假设对于场效应晶体管低电平下所观测的 U_g (令为 x), k (令为 y) 的物理量具有函数关系, 并且其理论曲线为:

$$\begin{aligned} y &= f(x, a_0, a_1, \dots, a_M) \\ &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_M x^M \end{aligned} \quad (2)$$

若在 xy 平面上测出 N 个数组:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N) \quad (3)$$

根据“曲线拟合”原理, 以观测点 (x_i, y_i) ($i=1, 2, 3, \dots, N$) 为依据寻求理论曲线 (2) 参数的最佳估计值, 使拟合得到的曲线:

$$\begin{aligned} \hat{y} &= f(x, \hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_M) \\ &= \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x + \hat{a}_2 x^2 + \dots + \hat{a}_M x^M \end{aligned} \quad (4)$$

其系数 $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_M$ 具有最佳值。

如果不存在测量误差, 那么 (3) 中的各数组都应准确地落在拟合曲线 (4) 上, 也就是理论曲线 y 与拟合曲线 \hat{y} 完全吻合。但是在实际测量中因为种种因素的影响, 总是存在着测量误差, 这样就产生了以什么原则来比较或衡量曲线拟合的好坏。

由于用最小二乘法作为衡量准则在数学与计算方法上比较简单, 所以一般都用最小二乘法来作为曲线拟合好坏的衡量准则。

所谓最小二乘法原则就是使等精度的一列 N 个测量结果 y_N 具有以下要求:

$$\sum_{i=1}^N u_i^2 = \min \quad (5)$$

即

$$\sum_{i=1}^N [y_i - f(x_i, a, b, \dots)]^2 = \min \quad (6)$$

式中: v —— 剩余误差 (残差)

在实际中 x_i 假设无误差, 只有 y_i 有误差, 这样要求方程参数估计值 a, b, \dots 能满足最小二乘条件 (5) 或 (6), 也就是要求:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial a} \sum v_i^2 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial b} \sum v_i^2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

即要求解下列联立方程组

$$\begin{cases} \sum [\hat{y}_i - f(x_i; \hat{a}, \hat{b}, \dots)] \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right) = 0 \\ \sum [\hat{y}_i - f(x_i; \hat{a}, \hat{b}, \dots)] \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right) = 0 \\ \dots \dots \dots \end{cases} \quad (8)$$

对于式(3)的N个测量点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ 可以用一个含有 $(M+1)$ ($M+1 < N$)个参数的M阶多项式来逼近, 即:

$$\begin{aligned} \hat{y} &= f(x, \hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_M) \\ &= \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x + \hat{a}_2 x^2 + \dots + \hat{a}_M x^M \end{aligned}$$

这样式(8)的正规方程可以化为下列形式:

$$\begin{cases} (\sum_0) \hat{a}_0 + (\sum_1) \hat{a}_1 + (\sum_2) \hat{a}_2 + \dots + (\sum_M) \hat{a}_M = \sum \hat{y}_0 \\ (\sum_1) \hat{a}_0 + (\sum_2) \hat{a}_1 + (\sum_3) \hat{a}_2 + \dots + (\sum_{M+1}) \hat{a}_M = \sum \hat{y}_1 \\ (\sum_2) \hat{a}_0 + (\sum_3) \hat{a}_1 + (\sum_4) \hat{a}_2 + \dots + (\sum_{M+2}) \hat{a}_M = \sum \hat{y}_2 \\ \dots \dots \dots \\ (\sum_M) \hat{a}_0 + (\sum_{M+1}) \hat{a}_1 + (\sum_{M+2}) \hat{a}_2 + \dots + (\sum_{2M}) \hat{a}_M = \sum \hat{y}_M \end{cases} \quad (9)$$

式中:

$$\sum_M = \sum_{i=1}^N x_i^M \quad (10)$$

$$\sum_Y = \sum_{i=1}^N \hat{y}_i x_i^M \quad (11)$$

方程式(9)是一个线性方程组, 由诸系数 \sum_M 构成的行列式不为零, 因而诸 \hat{a}_M 恒有唯一解, 这些解 $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_M$ 就是按最小二乘原理求得的最佳估计值。同时也可求单个观测值 \hat{y}_i 的标准偏差的最似然估计值为:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N-M-1}} \quad (12)$$

式中: 残差 v_i 为:

$$v_i = \hat{y}_i - (\hat{a}_0 + \hat{a}_1 x + \hat{a}_2 x^2 + \dots + \hat{a}_M x^M) \quad (13)$$

N——观测点的数量

M——方程阶数

四、结 果

将所测得的实验数据根据上述处理, 并通过计算机运算, 求出场效应晶体管在低电平下变阻特性的数学模型为:

$$\hat{y} = 0.1878 + 0.06734x + 0.0679x^2 + 0.005813x^3$$

其实验数据, 根据数学模型计算的数据以及残差, 标准偏差, 特性曲线分别如表1和图4所示。

表1 数 据 表

t	\hat{y}	\bar{y}	$\hat{y}-\bar{y}$	$\sum(\hat{y}-\bar{y})^2$	σ_y
-0.4	0.169	0.171	-0.002	0.002704	0.01193
-0.6	0.176	0.174	0.002		
-0.8	0.18	0.171	0.009		
-1	0.2	0.183	0.017		
-1.2	0.212	0.195	0.017		
-1.4	0.228	0.211	0.017		
-1.6	0.24	0.230	0.010		
-2	0.276	0.278	-0.002		
-2.4	0.32	0.337	-0.017		
-2.8	0.38	0.404	-0.024		
-3	0.432	0.44	-0.008		
-3.2	0.472	0.477	-0.005		
-3.4	0.512	0.515	-0.003		
-3.6	0.56	0.554	0.006		
-3.8	0.604	0.594	0.01		
-4.4	0.72	0.711	0.009		
-4.8	0.788	0.786	0.002		
-5.2	0.848	0.857	-0.009		
-5.6	0.932	0.920	0.012		
-5.8	0.96	0.948	0.012		
-6.0	0.98	0.973	0.007		
-6.1	0.984	0.985	-0.001		
-6.2	0.988	0.995	-0.007		

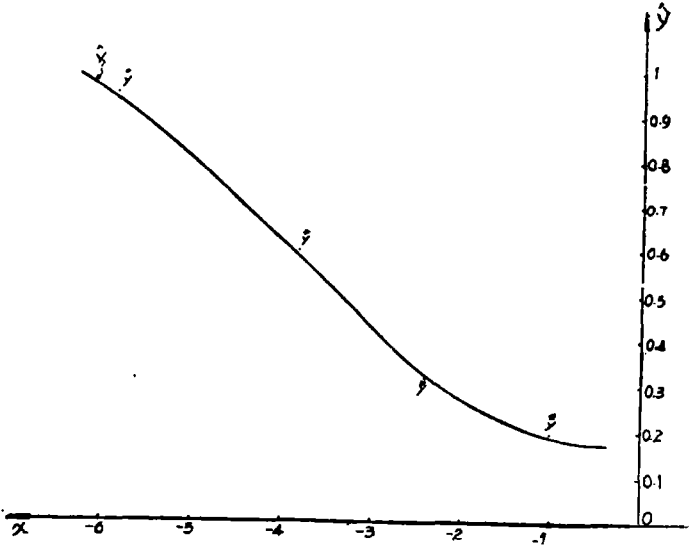


图4 场效应晶体管低电平下 U_{DS} 与 K (分压比)之特性曲线

五、结 束 语

我们所求得的场效应晶体管在低电平下变阻特性的数学模型与实验数据比较吻合,残差和标准离差都比较小。在交流恒流源的调试中,用来选择场效应晶体管低电平下变阻特性的工作点时,已收到明显的效果,从而大大减少了调试过程,节省了不少时间和精力。

然而,我们的工作正刚刚开始,要得到一整套完整的数学模型,还需要今后再做工作。

参 考 文 献

- [1] 方志成,实验数据处理,上海交通大学出版,(1980)。
- [2] 近藤次郎,数学モデル现象の数式化,丸善株式会社,昭和51年。
- [3] 李惕碚著,实验的数学处理,科学出版社,(1980)。