含有x_i, x_j的$F(x)$的K表示式与用分离子函数法求双故障全测试集

刘　　希

(电子工程系)

摘　　要

本文作者提出逻辑函数$F(X)=F(x_1,\cdots,x_n,x_i,x_j)$可以用$K$表示式来表达，并加以证明。同时提出$F(X)$亦可以用$G$表示式表达，并求出二者转换的关系式。

其次，从布尔差分法求双故障完全测试集的基本定理出发，推导出用K表示式的子函数求测试集的一系列公式及定理。它与布尔差分的根本不同处在于前者只用初级运算，后者则要求要出差分。故本文提出的方法运算简单易学。

§1　逻辑电路任意点x_i、x_j未发生故障时的表示式

任意一组合逻辑电路中x_i，x_j是我们所要研究的将发生故障的任意点的"伪输入"变量，用原始输入变量表示为

$$x_i=X_i(x_1,\ \cdots,\ x_n);\qquad x_j=X_j(x_1,\ \cdots,\ x_n)$$

电路的一般式可用

$F(X)=F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ x_i,\ x_j)$表示之。

§1—1 定理　若组合逻辑电路的函数$F(x)=F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ x_i,\ x_j)$可表达为

$$F(X)=A+G_{i-1}x_i+G_{i-0}\overline{x_i}+G_{11}x_ix_j+G_{00}\overline{x_i}\overline{x_j}+G_{10}x_i\overline{x_j}+G_{01}\overline{x_i}x_j+G_{j-1}x_j+G_{j-0}\overline{x_j}$$ 时，

则$F(X)$必可表达为

$$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x_j}+K_{01}\overline{x_i}x_j+K_{00}\overline{x_i}\overline{x_j}$$

且
$$K_{11}=G_{i-1}+G_{11}+G_{j-1}\qquad K_{10}=G_{i-1}+G_{10}+G_{j-0}$$
$$K_{01}=G_{i-0}+G_{01}+G_{j-1}\qquad K_{00}=G_{i-0}+G_{00}+G_{j-0}$$

式中$A=A(X)=A(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$

$K_{11}=K_{11}(X)=K_{11}(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$。　K_{10}; K_{01}; K_{00}可类推。

$G_{i-1}=G_{i-1}(X)=G_{\cdot-1}(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$，　G_{i-0}，$\cdots G_{11}$，$\cdots$，G_{j-0}可类推。

x_i，x_j同前面定义。$A(X)$、$K(X)$、$G(X)$都是不含x_i、x_j的子函数。

证明：
$$
\begin{aligned}
F(X)&=A+G_{i-1}x_i+G_{i-0}\bar{x}_i+G_{11}x_ix_j+G_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j+G_{10}x_i\bar{x}_j+G_{01}\bar{x}_ix_j+G_{j-1}x_j+G_{j-1}\bar{x}\\
&=A+G_{i-1}x_i+G_{11}x_ix_j+G_{11}x_ix_j+G_{j-1}x_i+G_{i-0}\bar{x}_i+G_{01}\bar{x}_ix_j+G_{10}x_i\bar{x}_j\\
&\quad+G_{j-0}\bar{x}_j+G_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j\\
&=A+x_i(G_{i-1}+G_{11}x_j)+x_j(G_{11}x_i+G_{j-1})+\bar{x}_i(G_{i-0}+G_{01}x_j)\\
&\quad+\bar{x}_i(G_{i-0}+G_{01}x_j)+\bar{x}_j(G_{10}x_i+G_{j-0}+G_{00}\bar{x}_i)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(X)&=A+x_i\Big[G_{i-1}(x_j+\bar{x}_j)+G_{11}x_j\Big]+x_j\Big[G_{11}x_i+G_{j-1}(x_i+\bar{x}_i)\Big]\\
&\quad+\bar{x}_i\Big[G_{i-0}(x_j+\bar{x}_j)+G_{01}x_j\Big]+\bar{x}_j\Big[G_{10}x_i+G_{j-0}(x_i+\bar{x}_i)+G_{00}\bar{x}_i\Big]\\
&=A+x_i\Big[x_j(G_{i-1}+G_{11})+\bar{x}_jG_{i-1}\Big]+x_j\Big[x_i(G_{11}+G_{j-1})+\bar{x}_iG_{j-1}\Big]\\
&\quad+\bar{x}_i\Big[x_j(G_{i-0}+G_{01})+\bar{x}_jG_{i-0}\Big]+\bar{x}_j\Big[x_i(G_{10}+G_{j-1})+\bar{x}_i(G_{j-0}+G_{00})\Big]\\
&=A+x_ix_j(G_{i-1}+G_{11})+x_i\bar{x}_jG_{i-1}+x_ix_j(G_{11}+G_{j-1})+\bar{x}_ix_jG_{j-1}\\
&\quad+\bar{x}_ix_j(G_{i-0}+G_{01})+\bar{x}_i\bar{x}_jG_{i-0}+x_i\bar{x}_j(G_{10}+G_{j-0})+\bar{x}_i\bar{x}_j(G_{j-0}+G_{00})\\
&=A+x_ix_j(G_{i-1}+G_{11}+G_{j-1})+x_i\bar{x}_j(G_{i-1}+G_{10}+G_{j-0})\\
&\quad+\bar{x}_ix_j(G_{i-0}+G_{01}+G_{j-1})+\bar{x}_i\bar{x}_j(G_{i-0}+G_{00}+G_{j-0})
\end{aligned}
$$

由式中可得　$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\bar{x}_j+K_{01}\bar{x}_ix_j+K_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j$

且
$$
\begin{aligned}
K_{11}&=G_{i-1}+G_{11}+G_{j-1}\\
K_{10}&=G_{i-1}+G_{10}+G_{j-0}\\
K_{01}&=G_{i-0}+G_{01}+G_{j-1}\\
K_{00}&=G_{i-0}+G_{00}+G_{j-1}
\end{aligned}
$$

式中　$K_{11}(X)=G_{i-1}(X)+G_{11}(X)+G_{j-1}(X)=K_{11}(x_1,\ \cdots,\ x_n)=K_{11}$

其余亦可类推，因$G(X)$不含x_i，x_j所以$K_{ij}(X)$系列的函数也不含x_i，x_j，也是一个和x_i，x_j无关的子函数。

§1—2 定义及适用范围

（1）定　义

如果函数 $F(X)=F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ x_i,\ x_j)$ 可被表达式

$$F(X)=A+G_{i-1}x_i+G_{i-0}\bar{x}_i+G_{11}x_ix_j+G_{10}x_1\bar{x}_j+G_{01}\bar{x}_ix_j+G_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j+G_{j-1}x_j+G_{j-0}\bar{x}_j \tag{1—2 (a)}$$

所表达：则把后者叫做函数$F(X)$的G表示式

（2）定　义

如果函数　$F(X)=(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ x_i,\ x_j)$可经转换而被表示式

$$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\bar{x}_j+K_{01}\bar{x}_ix_j+K_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j \tag{1—2 (b)}$$

所表达，则把后者叫做函数$F(X)$的K表示式

（3）适应范围

G表示式完全包含了我们所要研究的不包含x_i，x_j和包含x_i，x_j的子函数$A(X)$及$G(X)$系列的各种可能出现的与或关系的集合。所以它是研究函数$F(X)$考虑x_i，x_j“伪输入变量”的一般形式，G表示式又可方便地按§1—1定理转换为K表示式，所以K表示式也是一般式，对于一个具体电路而言，不难把其函数先加整理成G表示式，即分离出各项的子函数$G(X)$，并按G表示式排序，确定出各个子函数G_{ij}。它可能是用原始输入量表示的函数式，逻辑值“1”或“0”。求得各个G_{ij}子函数之后，就可套§1—1定理的公式求出K_{ij}，它同样可能是用原始输入量表式的函数式或逻辑值“1”或“0”。

§2　逻辑电路双故障的测试集的若干定理

逻辑电路中任意x_i，x_j点发生固定性故障在我们讨论的范围内啊分为四大类：

① x_i　$s-a-1$；　x_j　$s-a-1$。

② x_i　$s-a-0$；　x_j　$s-a-1$。

③ x_i　$s-a-1$；　x_j　$s-a-0$。

④ x_i　$s-a-0$；　x_j　$s-a-0$。

从测试来讲，每一类又包括了x_i，x_j之中任一线及两者均有故障差异並能被敏化至输出端的那一部分测试。

当求出检查相应于某一故障的测试集后，这组测试集对原始输出的影响，又可分为$F(X)=1$和$F(X)=0$的测试集。对具体电路而言有的只存在其中之一，有的两者均有。

我们研究的电路都是非冗余的，同时x_i，x_j对原始输出都是有影响的，无影响的不在讨论范围之内。

以下引用文献[1,2]：

§2—1定　理

以$F(X)$表示的线路中，双故障（x_{ia}，x_{jb}）的完全测试集由方程

$$x_i^{\bar a}x_j^{b}\frac{dF(X)}{dx_i}+x_i^{a}x_j^{\bar b}\frac{dF(X)}{dx_j}+x_i^{\bar a}x_j^{\bar b}\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=1\ \text{确定。}$$

式中a，$b=0$或1，$x_i^1=x_i$，$x_i^0=\bar{x}_i$，$x_i^{\bar a}x_j^{b}\frac{dF(X)}{dx_i}$，$x_i^{a}x_j^{\bar b}\frac{dF(X)}{dx_i}$分别确定相应于只有$x_i$，$x_j$线上造成原始故障差异并能被敏化至输出端的那一部分测试。而$x_i^{\bar a}x_j^{\bar b}\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}$确定$x_i$，$x_j$二线上同时造成原始故障差异并能被敏化至输出端的那一部分测试。

§2—2定　义

$$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=F(x_1,\cdots,x_i,\cdots,x_j,\cdots,x_n)\oplus F(x_1,\cdots,\bar{x}_i,\cdots,\bar{x}_j,\cdots,x_n)$$

§2—3定　理

函数$F(X)$对变量x_i和x_j无关的充分必要条件是

$$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=0$$

情况1　$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=F(x_1,\ \cdots,\ x_i,\ \cdots,\ x_j,\ \cdots,\ x_n)\oplus F(x_1,\ \cdots,\ \bar{x}_i,\ \cdots,\ \bar{x}_j,\ \cdots,\ x_n)$

就是用以双故障(x_ix_j)对电路影响的布尔差分。

情况2　$\frac{dF(X)}{d(x_i\oplus x_j)}=\frac{dF(X)}{dx_i}+\frac{dF(X)}{dx_j}$

就是用以研究x_i和x_j中任一个故障对电路影响的布尔差分。而

$\frac{dF(X)}{dx_i}$是用以研究x_i、$\frac{dF(X)}{dx_j}$是用以研究x_j对电路影响的布尔威分。

情况3　$\frac{dF(X)}{d(x_i+x_j)}=\frac{dF(X)}{d(x_i\oplus x_j)}+\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=\frac{dF(X)}{dx_i}+\frac{dF(X)}{dx_j}+\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}$

是用以研究x_i或x_j中任一个或者两者均有故障的布尔差分。

§3　由F(X)的K表示式求$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}$、$\frac{dF(X)}{dx_i}$、$\frac{dF(X)}{dx_j}$

由§2的若干布尔差分定理可以求出双故障的测试集，但对具体函数$F(X)$而言，用布尔差分法求测试集，运算工作量大，而且求出的测试集还必须和$F(X)$，$\bar{F}(X)$相交（“与”运算）才能确定其对输出的影响，而这一步的运算工作量也多。本文将用$F(X)$的K表达式，求出各种测试集；同时，在运算中就已确定其对输出的影响。由于推导出的公式均只和子函数有关，并不求布尔差分，对任意逻辑电路双故障求测试集都可以套用本文一系系列的公式，求出的结果又和布尔差分法相同，故适用任意组合逻辑电路求双故障测试，推导如后：

任意组合逻辑电路$F(X)$可表示为：

$$\begin{aligned}F(X)&=F(x_1,\ \cdots,\ x_i,\ \cdots,\ x_j,\ \cdots,\ x_n)\\&=A+G_{i-1}x_i+G_{i-0}\bar{x}_i+G_{11}x_ix_j+G_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j+G_{10}x_i\bar{x}_j+G_{01}\bar{x}_ix_j+G_{j-1}x_j+G_{j-0}\bar{x}_j\end{aligned}$$

在§1已证明也可以表示为：

$$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\bar{x}_j+K_{01}\bar{x}_ix_j+K_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j$$

§3—1　$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=\bar{A}\left[\overline{(x_i\oplus x_j)}(K_{11}\oplus K_{00})+(x_i\oplus x_j)(K_{10}\oplus K_{01})\right]$

证：
$$\begin{aligned}\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}&=F(x_1,\ \cdots,\ x_i,\ \cdots,\ x_j,\ \cdots,\ x_n)\ F(x_1,\ \cdots,\ \bar{x}_i,\ \cdots,\ \bar{x}_j,\ \cdots,\ x_n)\\&=\left[A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\bar{x}_j+K_{01}\bar{x}_ix_j+K_{00}\bar{x}_i\bar{x}_j\right]\\&\quad\oplus\left[A+K_{11}\bar{x}_i\bar{x}_j+K_{10}\bar{x}_ix_j+K_{01}x_i\bar{x}_j+K_{00}x_ix_j\right]\end{aligned}$$

令　$f(X)=A+K_{11}\bar{x}_i\bar{x}_j+K_{10}\bar{x}_ix_j+K_{01}x_i\bar{x}_j+K_{00}x_ix_j$

∴ $$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=F(X)\oplus f(X)=\overline{F}(X)f(x)+F(X)\overline{f}(X)$$

$$\overline{F}(X)=\overline{A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x_j}+K_{01}\overline{x_i}x_j+K_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j}}$$

$$=\overline{A}(\overline{K_{11}}+\overline{x_i}+\overline{x_j})(\overline{K_{10}}+\overline{x_i}+x_j)(\overline{K_{01}}+x_i+\overline{x_j})(\overline{K_{00}}+x_i+x_j)$$

$$=\overline{A}(\overline{K_{11}}\,\overline{K_{00}}+\overline{K_{11}}x_i+\overline{K_{11}}x_j+\overline{K_{00}}\,\overline{x_i}+\overline{x_i}x_j+\overline{K_{00}}\,\overline{x_j}+x_i\overline{x_j})(\overline{K_{10}}\,\overline{K_{01}}$$
$$+\overline{K_{10}}x_i+\overline{K_{10}}\,\overline{x_j}+\overline{K_{01}}\,\overline{x_i}+\overline{x_i}\,\overline{x_j}+\overline{K_{01}}x_j+x_ix_j)$$

令 $$m=\overline{K_{11}}\,\overline{K_{00}}+\overline{K_{11}}x_i+\overline{K_{11}}x_j+\overline{K_{00}}\,\overline{x_i}+\overline{x_i}x_j+\overline{K_{00}}\,\overline{x_j}+x_i\overline{x_j}$$

$$n=\overline{K_{10}}\,\overline{K_{01}}+\overline{K_{10}}x_i+\overline{K_{10}}\,\overline{x_j}+\overline{K_{01}}\,\overline{x_i}+\overline{x_i}\,\overline{x_i}+\overline{K_{01}}x_j+x_ix_i$$

∴ $$\overline{F}(X)=\overline{A}mn$$

$$\overline{f}(X)=\overline{A+K_{11}\overline{x_i}\,\overline{x_j}+K_{10}\overline{x_i}x_j+K_{01}x_i\overline{x_j}+K_{00}x_ix_j}$$

$$=\overline{A}(\overline{K_{11}}+x_i+x_j)(\overline{K_{10}}+x_i+\overline{x_j})(\overline{K_{01}}+\overline{x_i}+x_j)(\overline{K_{00}}+\overline{x_i}+\overline{x_j})$$

$$=\overline{A}(\overline{K_{11}}\,\overline{K_{00}}+\overline{K_{11}}\,\overline{x_i}+\overline{K_{11}}\,\overline{x_j}+\overline{K_{00}}x_i+x_i\overline{x_j}+\overline{K_{00}}x_j+\overline{x_i}x_j)\cdot$$
$$\cdot(\overline{K_{10}}\,\overline{K_{01}}+\overline{K_{10}}\,\overline{x_i}+\overline{K_{10}}x_j+\overline{K_{01}}x_i+x_ix_j+\overline{K_{01}}\,\overline{x_j}+\overline{x_i}\,\overline{x_j})$$

令 $$m'=\overline{K_{11}}\,\overline{K_{00}}+\overline{K_{11}}\,\overline{x_i}+\overline{K_{11}}\,\overline{x_j}+\overline{K_{00}}x_i+x_i\overline{x_j}+\overline{K_{00}}x_j+\overline{x_i}x_j$$

$$n'=\overline{K_{10}}\,\overline{K_{01}}+\overline{K_{10}}\,\overline{x_i}+\overline{K_{10}}x_j+\overline{K_{01}}x_i+x_ix_j+\overline{K_{01}}\,\overline{x_j}+\overline{x_i}\,\overline{x_j}$$

∴ $$\overline{f}(X)=\overline{A}m'n'$$

代入，得

$$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=F(X)\overline{f}(X)+\overline{F}(X)f(X)$$

$$=F(X)(\overline{A}m'n')+(\overline{A}mn)f(X)$$

$$=\left[F(X)\overline{A}m'\right]\left[F(X)\overline{A}n'\right]+\left[f(X)\overline{A}m\right]\left[f(X)\overline{A}n\right]$$

$$=(\overline{A}K_{11}\overline{K_{00}}x_ix_i+\overline{A}\overline{K_{10}}x_i\overline{x_j}+\overline{A}\overline{K_{01}}\,\overline{x_i}x_j+\overline{A}\,\overline{K_{11}}K_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j})(\overline{A}\overline{K_{11}}x_ix_j$$
$$+\overline{A}K_{10}\overline{K_{01}}x_i\overline{x_j}+\overline{A}\,\overline{K_{10}}K_{01}\overline{x_i}x_j+\overline{A}K_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j})+(\overline{A}\overline{K_{11}}K_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j}$$
$$+\overline{A}\,\overline{K_{10}}\,\overline{x_i}x_j+\overline{A}\overline{K_{01}}x_i\overline{x_j}+\overline{A}\,\overline{K_{11}}K_{00}x_ix_j)(\overline{A}\overline{K_{11}}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}+\overline{A}K_{10}\overline{K_{01}}\,\overline{x_i}x_j$$
$$+\overline{A}\,\overline{K_{10}}K_{01}x_i\overline{x_j}+\overline{A}K_{00}x_ix_j)$$

$$=\overline{A}K_{11}\overline{K_{00}}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}+\overline{A}K_{10}\overline{K_{01}}\,\overline{x_i}x_j+\overline{A}\,\overline{K_{10}}K_{01}x_i\overline{x_j}+\overline{A}\,\overline{K_{11}}K_{00}x_ix_j$$
$$+\overline{A}K_{11}\overline{K_{00}}x_ix_j+\overline{A}K_{10}\overline{K_{01}}x_i\overline{x_j}+\overline{A}\,\overline{K_{10}}K_{01}\overline{x_i}x_j+\overline{A}\,\overline{K_{11}}K_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j}$$

$$=(\overline{x_i}\,\overline{x_j}+x_ix_j)(\overline{A}K_{11}\overline{K_{00}}+\overline{A}\,\overline{K_{11}}K_{00})+(x_i\overline{x_j}+\overline{x_i}x_j)(\overline{A}K_{10}\overline{K_{01}}+\overline{A}\,\overline{K_{10}}K_{01})$$

$$=\overline{A}\,\overline{(x_i\oplus x_j)}(K_{11}\oplus K_{00})+\overline{A}(x_i\oplus x_j)(K_{10}\oplus K_{01})$$

或： $$\frac{dF(X)}{d(x_i,x_j)}=\overline{A}\left[(\overline{x_i}\,\overline{x_j}+x_ix_j)(K_{11}\oplus K_{00})+(x_i\overline{x_j}+\overline{x_i}x_j)(K_{10}\oplus K_{01})\right]$$ 证毕

由此 $\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}$ 可以推导出下列四个公式：

§ 3—1—1

$$x_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=\overline{A}\left[x_ix_j(K_{11}\oplus K_{00})\right]$$

证：
$$x_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=x_ix_j\overline{A}\left[(\overline{x}_i\overline{x}_j+x_ix_j)(K_{11}\oplus K_{00})+(x_i\overline{x}_j+\overline{x}_ix_j)(K_{10}\oplus K_{01})\right]$$
$$=\overline{A}x_ix_j(K_{11}\oplus K_{00})$$

这等式由§3—1和 x_ix_j 相“与”而得。

§ 3—1—2

$$x_i\overline{x}_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=\overline{A}x_i\overline{x}_j\left[(\overline{x}_i\overline{x}_j+x_ix_j)(K_{11}\oplus K_{00})+(x_i\overline{x}_j+\overline{x}_ix_j)(K_{10}\oplus K_{01})\right]$$
$$=\overline{A}x_i\overline{x}_j(K_{10}\oplus K_{01})$$

§ 3—1—3

$$\overline{x}_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=\overline{A}\,\overline{x}_ix_j\left[(\overline{x}_i\overline{x}_j+x_ix_j)(K_{11}\oplus K_{00})+(x_i\overline{x}_j+\overline{x}_ix_j)(K_{10}\oplus K_{01})\right]$$
$$=\overline{A}\,\overline{x}_ix_j(K_{10}\oplus K_{01})$$

§ 3—1—4

$$\overline{x}_i\overline{x}_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=\overline{A}\,\overline{x}_i\overline{x}_j\left[(\overline{x}_i\overline{x}_j+x_ix_j)(K_{11}\oplus K_{00})+(x_i\overline{x}_j+\overline{x}_ix_j)(K_{10}\oplus K_{01})\right]$$
$$=\overline{A}\,\overline{x}_i\overline{x}_j(K_{11}\oplus K_{00})$$

§ 3—2　$\dfrac{dF(X)}{dx_i}$

由于
$$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x}_j+K_{01}\overline{x}_ix_j+K_{00}\overline{x}_i\overline{x}_j$$
$$=A+x_i(K_{11}x_j+K_{10}\overline{x}_j)+\overline{x}_i(K_{01}x_j+K_{00}\overline{x}_j)$$

因为
$$\frac{dF(X)}{dx_i}=\overline{A(X)}\left[B(X)\oplus C(X)\right]$$

所以
$$\frac{dF(X)}{dx_i}=\overline{A}\left[(K_{11}x_j+K_{10}\overline{x}_j)\oplus(K_{01}x_j+K_{00}\overline{x}_j)\right]$$

§ 3—3　$\dfrac{dF(X)}{dx_j}$

由于
$$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x}_j+K_{01}\overline{x}_ix_j+K_{00}\overline{x}_i\overline{x}_j$$
$$=A+x_j(K_{11}x_i+K_{01}\overline{x}_i)+\overline{x}_j(K_{10}x_i+K_{00}\overline{x}_i)$$

代入
$$\frac{dF(X)}{dx_i}=\overline{A(X)}\left[B(X)\oplus C(X)\right]$$

所以
$$\frac{dF(X)}{dx_j}=\overline{A}\left[(K_{11}x_i+K_{01}\overline{x}_i)\oplus(K_{10}x_i+K_{00}\overline{x}_i)\right]$$

§ 4　双故障完全测试集定理

在§1提供了组合逻辑函数$F(X)$的K表貌式和G表示式之间，子函数$G(X)$和$K(X)$

之间的关系，阐述了K表示式也是研究x_ix_j双故障的任意组合电路$F(X)=F(x_1, x_2, \cdots x_n, x_i, x_i)$的一般式。本节将推导出测试集和子函数$K_{ij}(X)$之间的关系，此关系的适用范围和$K$表示式的相同。

双故障的测试集，按故障分为四大类。每一类测试集又可分为同时双线故障及其中任一线的故障的测试；按时输出的影响又可分为$F(X)=1$和$F(X)=0$，因此每一类的完全测试集最多时可分为六个测试。

后面四条定理对应四大类故障测试集，因为求 $x_i=X_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，$X_j=x_j(x_1, x_2, \cdots, x_n)$和$K(X)$系列子函数十分方便，故都用它们来表示测试集。这样，求测试集就不用求布尔差分了。只须求出x_i，x_j，$K(X)$，然后套公式即可求出测试集，并同时已判断它对应着$F(X)=1$或$F(X)=0$。

§4—1定　理

若函数$F(X)=F(x_1, x_2, \cdots, x_n, x_i, x_i)$用$K$表示式$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x_j}+K_{01}\overline{x_i}x_j+K_{00}\overline{x_i}\overline{x_j}$表达时，$x_i$：s—a—1；$x_j$：s—a—1 双故障的完全测试集为：

$$\left[\overline{A}\,\overline{x_i}x_j(K_{11}\oplus K_{01})\right]_{x_i}+\left[\overline{A}x_i\overline{x_j}(K_{11}\oplus K_{10})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}(K_{11}\oplus K_{00})\right]_{x_ix_j}=1 \qquad 4—1—1$$

或

$$\underset{F=0}{\left(\overline{A}\,\overline{x_i}x_jK_{11}\overline{K}_{01}\right)_{x_i}}+\underset{F=1}{\left(\overline{A}\,\overline{x_i}x_j\overline{K}_{11}K_{01}\right)_{x_i}}+\underset{F=0}{\left(\overline{A}x_i\overline{x_j}K_{11}\overline{K}_{10}\right)_{x_j}}$$

$$+\underset{F=1}{\left(\overline{A}x_i\overline{x_j}\overline{K}_{11}K_{01}\right)_{x_j}}+\underset{F=0}{\left(\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}K_{11}\overline{K}_{00}\right)_{x_ix_j}}+\underset{F=1}{\left(\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}\,\overline{K}_{11}K_{00}\right)_{x_ix_j}}=1 \qquad 4—1—2$$

式中括号右边的注脚x_ix_j表示对应括号内的测试是确定只有x_ix_j线上同时造成原始故障差异并能被敏化至输出端的那一部分测试，而x_i（或x_i）则表示只有x_i（或x_j）同样定义的那一部分测试。$F=1$（或$F=0$）表示该括号内的测试对输出影响$F(X)=1$〔或$F(X)=0$〕。后面其他定理也同样如此定义，不再重复叙述。

证：（1）由§2—1定理，当$a=1$，$b=1$

得
$$\overline{x_i}x_j\frac{dF(X)}{dx_i}+x_i\overline{x_j}\frac{dF(X)}{dx_i}+\overline{x_i}\,\overline{x_j}\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=1$$

把§3—2，§3—3及§3—1—4代入式中，得

$$\overline{x_i}x_j\overline{A}\left[(K_{11}x_j+K_{10}\overline{x_j})\oplus K_{01}x_j+K_{00}\overline{x_j})\right]+x_i\overline{x_j}\,\overline{A}\left[(K_{11}x_i+K_{01}\overline{x_i})\right.$$

$$\left.\oplus(K_{10}x_i+K_{00}\overline{x_i})\right]+\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}(K_{11}\oplus K_{00})=1$$

$$\left[\overline{A}\,\overline{x_i}x_j(K_{11}\oplus K_{01})\right]_{x_i}+\left[\overline{A}x_i\overline{x_j}(K_{11}\oplus K_{10})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}(K_{11}\oplus K_{00})\right]_{x_ix_j}=1$$

由§2—1定理知由左算起第一项，第二项及第三项对应x_i，x_j及x_ix_j对输出的影响，加注脚并化简即得出§4—1—1。

（2）把异或展开可得§4—1—2，六个测试下标$F=1$（或$F=0$）是该项对输出$F(X)$的影响为逻辑“1”或“0”，证明如下：

$$\underset{x_i}{(\overline{A}\,\overline{x_i}x_jK_{11}\overline{K}_{01})}+\underset{x_i}{(\overline{A}\,\overline{x_i}x_jK_{11}K_{01})}+\underset{x_j}{(\overline{A}x_i\overline{x_j}K_{11}\overline{K}_{10})}+\underset{x_j}{(\overline{A}x_i\overline{x_j}\overline{K}_{11}K_{10})}$$

$$+(\overline{A}\overline{x}_i\overline{x}_jK_{11}\overline{K}_{00})_{x_ix_j}+(\overline{A}\,\overline{x}_i\,\overline{x}_j\overline{K}_{11}K_{00})_{x_ix_j}=1$$

(a) 当 $\overline{A}\overline{x}_ix_jK_{11}\overline{K}_{01}=1$ 时，得 $\overline{A}=1$，$\overline{x}_i=1$，$x_j=1$，$K_{11}=1$，$\overline{K}_{01}=1$，求出其变量或反变量，得 $A=0$，$x_i=0$，$\overline{x}_j=0$，$\overline{K}_{11}=0$，$K_{01}=0$。代入

$$\begin{aligned}F(X)&=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x}_j+K_{01}\overline{x}_ix_j+K_{00}\overline{x_ix_j}\\&=0+1\cdot0\cdot1+K_{10}\cdot0\cdot0+0\cdot1\cdot1+K_{00}\cdot1\cdot0\\&=0\end{aligned}$$

所以加注脚 $F=0$ 为 $\left(\overline{A}\overline{x}_ix_jK_{11}\overline{K}_{01}\right)_{\substack{x_i\\F=0}}=1$

(b) 当 $\overline{A}\overline{x}_ix_j\overline{K}_{11}K_{01}=1$ 时，得 $\overline{A}=1$，$\overline{x}_i=1$，$x_j=1$，$\overline{K}_{11}=1$，$K_{01}=1$。求出其原变量或反变量得 $A=0$，$x_i=0$，$\overline{x}_j=0$，$K_{11}=0$，$\overline{K}_{01}=0$，代入 K 表示式，得

$$\begin{aligned}F(X)&=0+0\cdot0\cdot1+K_{10}\cdot0\cdot0+1\cdot1\cdot1+K_{00}\cdot1\cdot0\\&=1\end{aligned}$$

所以加注脚 $F=1$ 后为 $\left(\overline{A}\overline{x}_ix_j\overline{K}_{11}K_{01}\right)_{\substack{x_i\\F=1}}=1$

其余四项可以类推得到证明，后面§4—2，§4—3，§4—4的定理关于测试集对输出 $F(X)$ 的影响也是用同样的方法证明，将不再逐一繁述证明。

必须说明，在这部分证明中出现子函数如 $\overline{A}(X)=1$ 得出 $A(X)=0$ 或类似得出 $K_{ij}(X)=0$，等等，是指在这种测试集的输入条件下，必然使 $A(X)=0$ 或 $K_{ij}(X)=0$，等等，并非在 $F(X)$ 的 K 表达式中，就一定没有这个子函数 $A(X)$ 或 $K_{ij}(X)$，但却也包括了缺少此子函数的情况在内。

§4—2 定　理

若函数 $F(X)=F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ x_i,\ x_j)$ 用 K 表示式 $F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x}_j+K_{01}\overline{x}_ix_j+K_{00}\overline{x}_i\overline{x}_j$ 表达时，x_i：$s—a—0$；x_j：$s—a—0$ 双故障的完全测试集为：

$$\left[\overline{A}x_i\overline{x}_j(K_{10}\oplus K_{00})\right]_{x_i}+\left[\overline{A}\overline{x}_ix_j(K_{01}\oplus K_{00})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}x_ix_j(K_{11}\oplus K_{00})\right]_{x_ix_j}=1 \qquad 4—2—1$$

或

$$\left(\overline{A}x_i\overline{x}_jK_{10}\overline{K}_{00}\right)_{\substack{x_i\\F=0}}+\left(\overline{A}x_i\overline{x}_j\overline{K}_{10}K_{00}\right)_{\substack{x_i\\F=0}}+\left(\overline{A}\overline{x}_ix_jK_{01}\overline{K}_{00}\right)_{\substack{x_j\\F=1}}$$

$$+\left(\overline{A}\overline{x}_ix_j\overline{K}_{01}K_{00}\right)_{\substack{x_j\\F=0}}+\left(\overline{A}x_ix_jK_{11}\overline{K}_{00}\right)_{\substack{x_ix_j\\F=1}}+\left(\overline{A}x_ix_j\overline{K}_{11}K_{00}\right)_{\substack{x_ix_j\\F=0}}=1 \qquad 4—2—2$$

证：(1)由§2—1定理，当 $a=0$，$b=0$，

可得
$$x_i\overline{x}_j\frac{dF(X)}{dx_i}+\overline{x}_ix_j\frac{dF(X)}{dx_j}+x_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=1$$

把§3—2，§3—3，§3—1—1，代入式中，

得
$$x_i\overline{x_j}\,\overline{A}\left[(K_{11}x_j+K_{10}\overline{x_j})\oplus(K_{01}x_j+K_{00}\overline{x_j})\right]$$
$$+\overline{x_i}x_j\overline{A}\left[(K_{11}x_i+K_{01}\overline{x_i})\oplus(K_{10}x_i+K_{00}\overline{x_i})\right]+x_ix_i\overline{A}(K_{11}\oplus K_{00})=1$$
$$\left[\overline{A}x_i\overline{x_j}(K_{10}\oplus K_{00})\right]_{x_i}+\left[\overline{A}\overline{x_i}x_j(K_{01}\oplus K_{00})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}x_ix_j(K_{11}\oplus K_{00})\right]_{x_ix_j}=1$$

由§ 2—1 定理，左起三项分别对应于，x_i，x_j，x_ix_j 对输出的影响。加注脚标识之並化简得§ 4—2—1 式。

（2）把异或式展开可得§4—2—2 式。用证§4—1 定理的方法，可证式中六个测试对输出的影响是$F=1$（$F=0$），正如§ 4—2—2 式各括号下注脚所标识，证明从略。

§ 4—3 定　理

函数 $F(X)=F(x_1, x_2, \cdots, x_n, x_i, x_j)$ 可用表示式

$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x_j}+K_{01}\overline{x_i}x_j+K_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j}$ 表达时 x_i：s—a—0；x_j：s—a—1 双故障的完全测试集为：

$$\left[\overline{A}x_ix_j(K_{11}\oplus K_{01})\right]_{x_i}+\left[\overline{A}\overline{x_i}\,\overline{x_j}(K_{01}\oplus K_{00})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}x_i\overline{x_j}(K_{10}\oplus K_{01})\right]_{x_ix_j}=1 \qquad 4—3—1$$

或
$$\underset{F=1}{\left(\overline{A}x_ix_jK_{11}\overline{K}_{01}\right)_{x_i}}+\underset{F=0}{\left(\overline{A}x_ix_j\overline{K}_{11}K_{01}\right)_{x_i}}+\underset{F=0}{\left(\overline{A}\overline{x_i}\,\overline{x_j}K_{01}\overline{K}_{00}\right)_{x_i}}+\underset{F=1}{\left(\overline{A}\overline{x_i}\,\overline{x_j}\overline{K}_{01}K_{00}\right)_{x_j}}$$
$$+\underset{F=1}{\left(\overline{A}x_i\overline{x_j}K_{10}\overline{K}_{01}\right)_{x_ix_j}}+\underset{F\doteq 0}{\left(\overline{A}x_i\overline{x_j}\overline{K}_{10}K_{01}\right)_{x_ix_j}}=1 \qquad 4—3—2$$

证：（1）由§ 2—1 定理，当 $a=0$，$b=1$，可得

$$x_ix_j\frac{dF(X)}{dx_i}+\overline{x_i}\,\overline{x_j}\frac{dF(X)}{dx_j}+x_i\overline{x_j}\frac{dF(X)}{d(x_ix_i)}=1$$

把§ 3—1—2，§ 3—2，§ 3—3 代入式中可得

$$x_ix_j\overline{A}\left[(K_{11}x_j+K_{10}\overline{x_j})\oplus(K_{01}x_j+K_{00}\overline{x_j})\right]+\overline{x_i}\,\overline{x_j}\,\overline{A}\left[(K_{11}x_i+K_{01}\overline{x_i})\right.$$
$$\left.\oplus(K_{10}x_i+K_{00}\overline{x_i})\right]+x_i\overline{x_j}\,\overline{A}(K_{10}\oplus K_{01})=1$$
$$\left[\overline{A}x_ix_j(K_{11}\oplus K_{01})\right]_{x_i}+\left[\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}(K_{01}\oplus K_{00})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}x_i\overline{x_j}(K_{10}\oplus K_{01})\right]_{x_ix_j}=1$$

由§ 2—1 定理，推知左起三项分别对应于 x_i，x_j，x_ix_j 对输出的影响，加注脚标识之並化简即为§ 4—3—1 式。

（2）把异或式展开可得§ 4—3—2 式。用证§4—1 定理的方法，可证§ 4—3—2 式中六个测试对输出的影响是$F=1$（或$F=0$），正如§ 4—3—2 式各括号下注脚所标识，证明从略。

§ 4—4 定　理

若函数 $F(X)=F(x_1, x_2, \cdots, x_n, x_i, x_j)$ 用K表示式

$F(X)=A+K_{11}x_ix_j+K_{10}x_i\overline{x_j}+K_{01}\overline{x_i}x_j+K_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j}$ 表达时，x_i：s—a—1；x_j：s—a—0

双故障的完全测试集为：

$$\left[\overline{\overline{A}}\,\overline{x}_i\,\overline{x}_j(K_{10}\oplus K_{00})\right]_{x_i}+\left[\overline{\overline{A}}x_ix_j(K_{11}\oplus K_{10})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}\,\overline{x}_ix_j(K_{10}\oplus K_{01})\right]_{x_ix_j}=1$$

$$\cdots\cdots \S\, 4—4—1$$

或

$$\left(\overline{A}\,\overline{x}_i\,\overline{x}_jK_{10}\overline{K}_{00}\right)_{\substack{x_i\\F=0}}+\left(\overline{A}\,\overline{x}_i\,\overline{x}_j\overline{K}_{10}K_{00}\right)_{\substack{x_i\\F=1}}+\left(\overline{A}x_ix_jK_{11}\overline{K}_{10}\right)_{\substack{x_j\\F=1}}+\left(\overline{A}x_ix_j\overline{K}_{11}K_{10}\right)_{\substack{x_j\\F=0}}$$

$$+\left(\overline{A}\,\overline{x}_ix_jK_{10}\overline{K}_{01}\right)_{\substack{x_ix_j\\F=0}}+\left(\overline{A}\,\overline{x}_ix_j\overline{K}_{10}K_{01}\right)_{\substack{x_ix_j\\F=1}}=1 \qquad 4—4—2$$

证：(1)由§ 2—1 定理，当 $a=1$，$b=0$，

可得：

$$\overline{x_ix_j}\frac{dF(X)}{dx_i}+x_ix_j\frac{dF(X)}{dx_j}+\overline{x}_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=1$$

把§ 3—2，§ 3—3，§ 3—1—3 代入式中，可得

$$\overline{\overline{x}_ix_j}\,\overline{A}\left[(K_{11}x_j+K_{10}\overline{x}_j)\oplus(K_{01}x_j+K_{00}\overline{x}_j)\right]+x_ix_j\overline{A}\left[(K_{11}x_i+K_{01}\overline{\overline{x}}_i)\right.$$

$$\left.\oplus(K_{10}x_i+K_{00}\overline{\overline{x}}_i)\right]+\overline{x}_ix_j\overline{A}(K_{10}\oplus K_{01})=1$$

$$\left[\overline{A}\,\overline{x}_i\,\overline{x}_j(K_{10}\oplus K_{00})\right]_{x_i}+\left[\overline{A}x_ix_j(K_{11}\oplus K_{10})\right]_{x_j}+\left[\overline{A}\,\overline{\overline{x}}_ix_j(K_{10}\oplus K_{01})\right]_{x_ix_j}=1$$

由§ 2—1 定理推知左起三项分别对应于 x_i，x_j，x_ix_j 对输出的影响，加注脚标识之並化简即为 4—4—1 式。

(2)把异或式展开可得§ 4—4—2 式。用证§ 4—1 定理的方法，可证式中六个测试对输出的影响是$F=1$（或$F=0$），正如§4—4—2式各括号下加注脚所标识，证明从略。

§ 5　应　用　举　例

Bossen 例如图 1。求 x_3：$s—a—1$，x_9：$s—a—0$ 双故障的完全测试集。

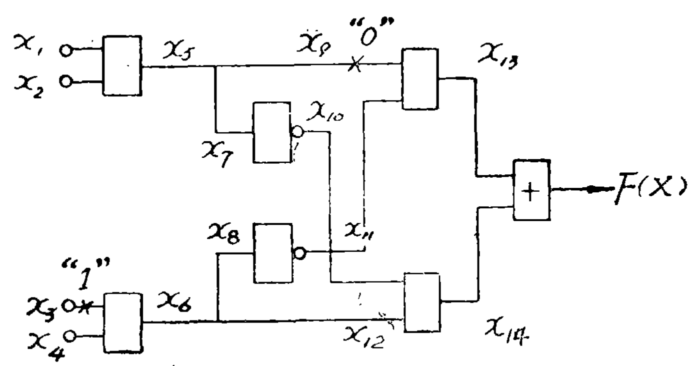

图 1

(一)分离子函数法（全部运算）

解：(1)令 $x_i=x_3$　$x_j=x_9$

(2)
$$F(X)=x_0\overline{x_3x_4}+\overline{x_1x_2}x_3x_4$$
$$=x_j\overline{x_ix_4}+\overline{x_1x_2}x_ix_4$$
$$=x_j(\overline{x_i}+\overline{x_4})+\overline{x_1x_2}x_ix_4$$
$$=\overline{x_i}x_j+x_j\overline{x_4}+x_ix_4\overline{x_1x_2}$$

对照G表示式

$$F(X)=A+G_{i-1}x_i+G_{i-0}\overline{x_i}+G_{11}x_ix_j+G_{10}x_i\overline{x_j}+G_{01}\overline{x_i}x_j+G_{00}\overline{x_i}\,\overline{x_j}+G_{j-1}x_j+G_{j-0}\overline{x_j}$$

得　$A=0,\quad G_{i-1}=x_4\overline{x_1x_2},\quad G_{j-1}=\overline{x_4},\quad G_{01}=1$，其余

$$G_{ij}=0$$
$$K_{11}=G_{i-1}+G_{11}+G_{j-1}=x_4\overline{x_1x_2}+0+\overline{x_4}=\overline{x_4}+\overline{x_1x_2}$$
$$K_{10}=G_{i-1}+G_{10}+G_{j-0}=x_4\overline{x_1x_2}+0+0=x_4\overline{x_1x_2}$$
$$K_{01}=G_{i-0}+G_{01}+G_{j-1}=0+1+\overline{x_4}=1$$
$$K_{00}=G_{i-0}+G_{00}+G_{j-1}=0+0+0=0$$
$$x_i=x_3\qquad x_j=x_1x_2$$

代入§ 4—4 定理

① $$\left(\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}K_{10}\overline{K_{00}}\right)_{\substack{x_i\\F=0}}=1\cdot\overline{x_3}\,\overline{x_1x_2}(x_4\overline{x_1x_2})(\overline{0})$$
$$=\overline{x_1x_2}x_3x_4$$
$$=\overline{x_1}\,\overline{x_3}x_4+\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4$$

② $$\left(\overline{A}\,\overline{x_i}\,\overline{x_j}\,\overline{K_{10}}K_{00}\right)_{\substack{x_i\\F=1}}=1\cdot\overline{x_3}\,\overline{x_1x_2})(x_4\overline{x_1x_2})(0)$$
$$=0$$

③ $$\left(\overline{A}x_ix_jK_{11}\overline{K_{10}}\right)_{\substack{x_j\\F=1}}=1\cdot x_3x_1x_2(\overline{x_4}+\overline{x_1x_2})\overline{x_4\overline{x_1x_2}}$$
$$=x_1x_2x_3(\overline{x_4}+\overline{x_1x_2})(\overline{x_4}+x_1x_2)$$
$$=x_1x_2x_3\overline{x_4}$$

④ $$\left(\overline{A}x_ix_j\overline{K_{11}}K_{10}\right)_{\substack{x_i\\F=0}}=1\cdot x_3x_1x_2(\overline{\overline{x_4}+\overline{x_1x_2}})(x_4\overline{x_1x_2})$$
$$=x_1x_2x_3(x_4)(x_1x_2)(x_4\overline{x_1x_2})$$
$$=0$$

⑤ $$\left(\overline{A}\,\overline{x_i}x_jK_{10}\overline{K_{01}}\right)_{\substack{x_ix_j\\F=0}}=1\cdot\overline{x_3}x_1x_2x_4\overline{x_1x_2}\cdot\overline{1}$$
$$=0$$

⑥ $$\left(\overline{A}\,\overline{x_i}x_j\overline{K_{10}}K_{01}\right)_{\substack{x_ix_j\\F=1}}=1\cdot\overline{x_3}x_1x_2\overline{x_4\overline{x_1x_2}}\cdot 1$$

$$=x_1x_2\bar{x}_3(\bar{x}_4+x_1x_2)$$

$$=x_1x_2\bar{x}_3$$

(二)布尔差分法

$$x_i=x_3 \qquad x_j=x_1x_2$$

$$F(X)=x_1x_2\overline{x_3x_4}+\overline{x_1x_2}x_3x_4$$

$$=\bar{x}_ix_j+x_j\bar{x}_4+x_ix_4(\overline{x_1x_2})$$

① $$\frac{dF(X)}{dx_i}=(\overline{1\cdot x_4}\cdot x_j+\overline{x_1x_2}\cdot 1\cdot x_4)\oplus\left[0\cdot\overline{x_4}x_j+\overline{x_1x_2}\cdot 0\cdot x_4\right)$$

$$=x_4 \qquad \text{（运算从略）}$$

② $$\frac{dF(X)}{dx_j}=(\overline{x_ix_4}\cdot 1+\overline{x_1x_2}\ x_ix_4)\oplus(0\cdot\overline{x_ix_4}+\overline{x_1x_2}x_ix_4)$$

$$=\overline{x_ix_4} \qquad \text{（运算从略）}$$

③ $$\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}=(\overline{x_ix_4}x_j+\overline{x_1x_2}x_ix_4)\oplus(\overline{\bar{x}_ix_4}\bar{x}_j+\overline{x_1x_2}\bar{x}_ix_4)$$

$$=x_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_4 \qquad \text{（运算从略）}$$

④ $$\bar{x}_i\bar{x}_j\frac{dF(X)}{dx_i}=\bar{x}_3(\overline{x_1x_2})x_4$$

$$=\bar{x}_1\bar{x}_3x_4+\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$$

a）x_i 对输出影响 $F=1$ 的测试

$$\bar{x}_i\bar{x}_j\frac{dF(X)}{dx_i}\left[F(X)\right]=(\bar{x}_1\bar{x}_3x_4+\bar{x}_2\bar{x}_3x_4)(x_1x_2x_3\bar{x}_4+x_3x_4\overline{x_1x_2})$$

$$=0 \qquad \text{（运算从略）}$$

b）x_i 对输出影响 $F=0$ 的测试

因为，$$\bar{F}(X)=\overline{x_1x_2\overline{x_3x_4}+\overline{x_1x_2}x_3x_4}$$

$$=\overline{x_1x_2\overline{x_3x_4}}\cdot\overline{\overline{x_1x_2}x_3x_4}$$

$$=(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3x_4)(x_1x_2+\bar{x}_3+\bar{x}_4)$$

$$\bar{x}_1\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_4+\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_4+x_1x_2x_3x_4$$

所以，$$\bar{x}_i\bar{x}_j\frac{dF(X)}{dx_i}\left[\bar{F}(X)\right]=(\bar{x}_1\bar{x}_3x_4+\bar{x}_2\bar{x}_3x_4)(\bar{x}_1\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_4+\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_4+x_1x_2x_3x_4)$$

$$=\bar{x}_1\bar{x}_3x_4+\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \qquad \text{（运算从略）}$$

⑤ $$x_ix_j\frac{dF(X)}{dx_j}=x_3(x_1x_2)(\overline{x_ix_4})$$

$$=x_1x_2x_3(\bar{x}_3+\bar{x}_4) \qquad \because\ x_i=x_3$$

$$=x_1x_2x_3\bar{x}_4$$

a）x_j 对输出影响 $F=1$ 的测试

$$x_ix_j\frac{dF(X)}{dx_j}\left[F(X)\right]=x_1x_2x_3\bar{x}_4(x_1x_2\overline{x_3x_4}+x_3x_4\overline{x_1x_2})$$

$$= x_1x_2x_3\bar{x}_4$$

b）x_j 对输出影响 $F=0$ 的测试

$$x_ix_j\frac{dF(X)}{dx_j}\left[\bar{F}(X)\right] = (x_1x_2x_3\bar{x}_4)(\bar{x}_1\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_4+\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_4+x_1x_2x_3x_4)$$

$$= 0$$

⑥
$$\bar{x}_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)} = \bar{x}_3x_1x_2(x_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_4)$$

$$= x_1x_2\bar{x}_3$$

a）x_ix_j 对输出影响 $F=1$ 的测试

$$\bar{x}_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}\left[F(X)\right] = x_1x_2\bar{x}_3(x_1x_2\overline{x_3x_4}+x_3x_4\overline{x_1x_2})$$

$$= x_1x_2\bar{x}_3$$

b）x_ix_j 对输出影响 $F=0$ 的测试

$$\bar{x}_ix_j\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}\left[\bar{F}(X)\right] = x_1x_2\bar{x}_3(\bar{x}_1\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_4+\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_2\bar{x}_4+x_1x_2x_3x_4)$$

$$= 0$$

为了节省篇幅运算从略，从各异或式，即可知运算工作之繁琐。

结　　论

（1）任何一含有 x_i，x_j 的组合逻辑电路 $F(X)=F(x_1, x_2, \cdots, x_n, x_i, x_j)$ 均可用 G 表式表达，由于 G 表示式可以转换成 K 表示式。所以上述函数均可最终转换为 K 表示式。

（2）分离子函数法和布尔差分法求 $F(X)$ 的 x_ix_j 双故障测试集结果相同。两种方法的不同之处主要是前者只须作基本逻辑运算（与、或、非），而后者则须被对 $F(X)$ 求布尔差分 $\frac{dF(X)}{d(x_ix_j)}$ 等。前者只须提取 $F(X)$ 中的部分子函数进行基本逻辑运算，而后者须对 $F(X)$ 整个函数表示式作逻辑运算。因此分离子函数法运算工作量少，方法简便。

参　考　文　献

〔1〕 陈廷槐、陈光煦，数字系统的诊断和容错，国防工业出版社，(1981)。

〔2〕 李建勋，数字电路与逻辑设计，科学出版社，(1981)。

〔3〕 刘希，求逻辑电路布尔差分的方法，华侨大学学报，2 (1982)。

〔4〕 D. C. Bossen and S. J. Hong, Cause-Effect Analysis for Multiplt Fault Detection in Combinational Circits, IEEE Trans. Compnters, (20)(1971).