

Millikan 油滴实验数据处理系统

唐 尔 安 杜 成 金

(物 理 系)

一、引 言

Millikan 曾因精确测定电子电荷, 证明电荷具有量子化规律于 1923 年获得诺贝尔物理学奖而闻名于世, 该实验至今仍列为近代物理实验的传统项目。其目的有三: ①测量油滴带电量; ②验证电荷量子化; ③测量基本电荷电量。

然而, 由于有些高校使用的油滴仪装置的局限, 始终跟踪一个油滴十分困难, 只好选择不同的油滴, 这将给数据处理带来极大的麻烦。

随着微型计算机应用的日趋广泛, 我们用 BASIC 语言设计一通用数据处理系统, 使处理效率大为提高, 而且准确、可靠。其中对任一具有量子性但伴有偶然误差的随机数列的最大公约数的最优求解做了探讨, 运行效果良好。

二、实 验 公 式 简 介

原作匀速降落而后在均匀电场作用下又回升的油滴 i 所带电量可表为

$$Q_i = k (1/tg_i + t/te_i) (1/t_{gi})^{\frac{1}{2}} / D_i \quad (1)$$

其中:

$$\text{常数 } k = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{9}{2} \eta \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{(\rho - \sigma)g} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{v} h^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

η 是空气粘滞系数;

ρ 、 σ 分别为油滴与空气的密度;

g 是重力加速度;

d 、 v 分别为油滴仪平行电容板板距与板间电压;

h 为油滴上升与降落的高度。

$$\text{修正系数 } D_i = \left(1 + \frac{0.000625}{p a_i} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

p 是大气压强。

$$\text{油滴半径 } a_i = \left[9 \eta u g i / 2 g (\rho - \sigma) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\text{降落速度 } u_{gi} = h/tg_i \quad (5)$$

tg_i 、 te_i 分别为实验所测得的油滴降落和上升的时间。

误差计算:

$$\bar{e} = \sum_{i=1}^N e_i / N \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{e}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (e_i - \bar{e})^2} \quad (7)$$

上述公式中,脚标 i 代表油滴序号 ($i=1, 2, \dots, N$), 单位一律化为CGSE制。

由上可见,如果测得的油滴个数 N 较大时,即使用计算器计算每一个油滴所带电量也是颇费时间的,且易出差错。此外,由于每一个油滴所带的电子个数又是随机的,且多数情况下会在相当大的范围离散,加之计时上不可避免地存在偶然误差,所以要对一组 $Q(tg, te)$ 求其最大公约数,其搜索工作更为沉繁。

三、有关算法的说明及优化处理的数学模型

对于常数 K 以及各油滴的降落速度 u_g 、半径 a 、修正项 D 和带电量 Q 将按公式 (1)~(5) 进行。

对任一组伴有偶然误差的、具有量子性的随机数的最大公约数,手工处理通常是反复将这组数进行递增排序、依次相减,借助公约数所代表的物理意义进行数量级的估计,寻找符合数量级要求的差值 A_j , 进行累加平均,即得

$$x_c = \sum_{j=1}^m A_j / m \quad (8)$$

但 x_c 并不是一个无偏估计,当相减次数有限时, x_c 本身也是一个随机量。用它去除各油滴的电量 Q_i 所得 n_i' 整数性将较差,必须对 n_i' 取整 (n_i), 而后再用 n_i 除 Q_i 得出 e_i , 然后统计平均求出基本电荷电量 e 。有鉴于此,我们直接采用优化技术求出最佳的最大公约数,即得基本电荷电量。

首先,建立一个度量量子化“好”、“坏”的数学模型——目标函数,即在容许解区域 I 上定义一个单值函数 $f(x)$, 以公约数 x 为自变量。为了保证整体量子化,我们以下列函数为目标函数,即令

$$f(x^*) = \sum_{i=1}^N \left| Q_i/x - [Q_i/x]_{INT} \right| = \min f(x) \quad x \in I \quad (9)$$

其中 $[Q_i/x]_{INT}$ 表示对 Q_i/x 四舍五入取整。由于上述函数为跳跃函数,不能采用数学上求导数的方法,因为它不是单峰函数,只好采用全面搜索法。

其次是容许解区间的确定。我们沿袭手工处理时反复排序、依次相减,特别是对各种差值(从一个电子到多达十个电子的差值)分别进行大量的检索、统计平均得出 x_c ; 然后以 x_c 做为浮动区间的中点,即令 $[a, b] = [x_c - \delta, x_c + \delta]$, δ 的选择取决于有效数字位数要求,即根据仪器的精密度以及计算机内存等来考虑。一般说来,搜索结果 x^* 与 x_c 偏差不远。我们

选择在 x_c 前后30个点进行搜索。

四、系统功能及设计

本系统具有如下功能和特点:

1、操作简便,启动运行后,仅要求用户键入工作条件(v 、 h)、测试油滴个数(N)及原始数据 t_{gi} 和 t_{ei} , 即不再干预; 求出电量后, 可选择对修正前后的电量 Q_1 或 Q_2 进行处理, 以便比较。

2、根据公式(1)~(5)提供各种所需的信息, 并打印各种实验报告表(见表1~6)

3、系统安排对各油滴电量两次递增排序、依次相减, 然后按一到十个电子电量的可变范围分别检索、统计平均, 因此允许各油滴所含电子数在很大的范围内离散, 除非离散到两次相减后仍找不到一个差值小于十个电子的电量, 这时系统将表示 "I AM SORRY FOR IT".

4、根据公式(7)和(8)进行误差计算和结果报导, 对可疑数据自动剔除 $|n' - n| > 0.3$ 为可疑)。

为减少内存, 反复调用子程序, 包括通用四舍五入子程序、差值检索子程序和计算目标函数子程序。程序流程如图一。系统分别经我校 TRS-80 和 CBM-8032 微型机反复运行通过; 限于篇幅、程序清单从略。

五、几点讨论

(1) 目标函数极值对随机数列量子化程度的依赖关系: 量子化程度越高、主极小值与其他极小值差别越明显; 反之, 这个差别就不明显。这与误差理论一致。图 2(a)、(b) 是量子化程度不同的两列随机数的目标函数曲线。

(2) 由于对差值进行了大量的检索、统计平均, 所得 x_c 对理论值 x_e 的漂移程度可较好地反映测量的误差。

(4) 对于能取得满足有效数字要求的一组 $Q(t_g, t_e)$, 可以在任意的范围内利用目标函数法准确地搜索出最佳的 x^* 值。这样得出的 Q_i/x^* 的整数性将比 Q_i/x_c 好得多。换言之, 它近于直接求出 e 的最佳估计。

(4) 至于如何保证和提高实验的精度与准确度, 本文概不论及。

表 1 原始数据*

I	t_g	t_e
1	7.30	46.95
2	7.20	20.50
3	5.75	15.00
4	6.90	8.10
5	6.30	8.25
6	4.85	20.95
7	5.30	8.00
8	3.90	16.45

*这里给的是模拟数据。

表 2 各油滴降落速度、半径、修正系数

<i>I</i>	<i>U_g</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
1	0.044	1.98E-4	1.063
2	0.044	2.00E-4	1.062
3	0.056	2.23E-4	1.056
4	0.046	2.04E-4	1.061
5	0.051	2.13E-4	1.058
6	0.066	2.43E-4	1.051
7	0.060	3.33E-4	1.053
8	0.082	2.71E-4	1.046

表 3 各油滴修正前后的带电量

<i>I</i>	<i>Q₁</i>	<i>Q₂</i>
1	1.558E-8	1.465E-8
2	1.860E-8	1.751E-8
3	2.668E-8	2.527E-8
4	2.717E-8	2.561E-8
5	2.966E-8	2.803E-8
6	3.066E-8	2.917E-8
7	3.624E-8	3.439E-8
8	4.272E-8	4.084E-8

$x_c = 4.50E-10$

表 4 目 标 函 数 表

<i>x</i>	<i>f(x)</i>	<i>x</i>	<i>f(x)</i>	<i>x</i>	<i>f(x)</i>
...	...	4.50E-10	1.904	4.62E-10	2.439
4.39E-10	2.271	4.51E-10	2.102	4.63E-10	2.231
4.40E-10	2.111	4.52E-10	2.055	4.64E-10	2.019
4.41E-10	1.900	4.53E-10	2.157	4.65E-10	1.976
4.42E-10	1.794	4.54E-10	2.259	4.66E-10	2.251
4.43E-10	1.783	4.55E-10	2.582	4.67E-10	2.443
4.44E-10	1.745	4.56E-10	2.463	4.68E-10	2.233
4.45E-10	2.045	4.57E-10	1.849	4.69E-10	1.966
4.46E-10	2.249	4.58E-10	1.277	4.70E-10	1.866
4.47E-10	2.110	4.59E-10	1.061	4.71E-10	1.875
4.48E-10	1.882	4.60E-10	1.511	4.72E-10	2.019
4.49E-10	1.557	4.61E-10	2.134

$x^* = 4.59E-10$

表 5 各油滴带电量及所含电子数

<i>I</i>	<i>Q</i>	<i>N'</i>	<i>N</i>	<i>E</i>
1	1.465E-8	31.93	32	4.58E-10
2	1.751E-8	38.14	38	4.61E-10
3	2.527E-8	55.06	55	4.60E-10
4	2.561E-8	55.79	56	4.57E-10
5	2.803E-8	61.06	61	4.59E-10
6	2.917E-8	63.55	64	4.56E-10
7	3.439E-8	74.94	75	4.59E-10
8	4.084E-8	88.98	89	4.59E-10

$E = 4.59E-10$ $EROOR = 2.0E-12$
 $RELETIME \ EROOR = 4.4E-3$

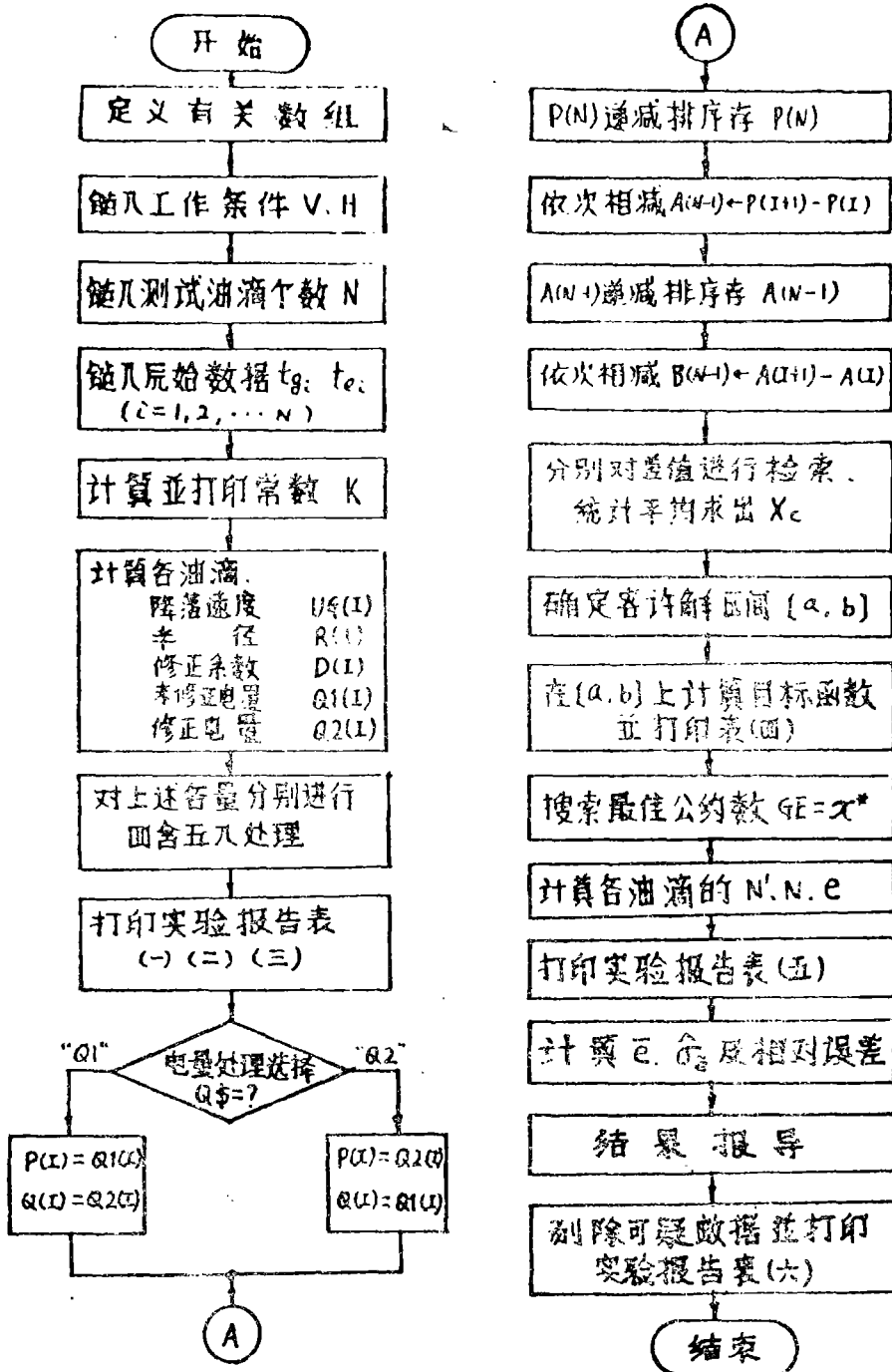
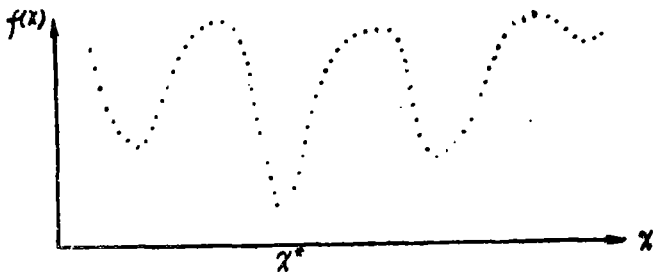


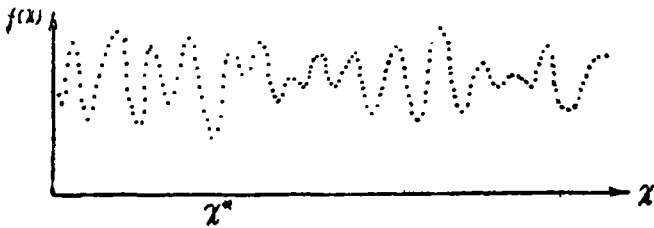
图 1 程序流程方框简图

表 6 剔除可疑数据后

I	Q	N'	N	E
1	1.466E-8	31.93	32	4.58E-10
2	1.751E-8	38.14	38	4.61E-10
3	2.527E-8	55.06	55	4.60E-10
4	2.561E-8	55.79	56	4.57E-10
5	2.802E-8	61.06	61	4.59E-10
7	3.439E-8	74.94	75	4.59E-10
8	4.084E-8	88.98	89	4.59E-10



(a)量子化程度较好的随机数列



(b)量子化程度较差的随机数列

图 2 目标函数峰值与随机数列的关系

参 考 文 献

[1] R. A. Millikan 著, 钟闻译, 电子及其它质点(上册), 商务印书馆, (1954).
[2] 张世箕, 测量误差及数据处理, 科学出版社, (1979).
[3] 李惕碚, 实验的数学处理, 科学出版社, (1980).
[4] 杨尧引等, 电子计算机应用数学(第一册), 冶金工业出版社, (1979).