

关于高频引力波检测方法的探索

林 金 川

(物 理 系)

摘 要

本文用量子理论的观点讨论了引力子的发射和吸收问题, 频率足够高的引力子被物质吸收时, 将激发该物质的分子或原子的能态跃迁, 从而产生次级电磁辐射。作者提出了一条通过次级电磁辐射的检测进而判明高频引力辐射存在的途径。

* * *

爱因斯坦的广义相对论引力场方程

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

表明, 引力场源是应力-能量张量 $T_{\mu\nu}$, 因此可以用电学的方法在压电晶体中造成与时间有关的应力场, 从而激发起引力辐射^[1]。这种辐射过程完全是晶体中分子或原子由较高能级的态向较低能级的态跃迁的过程, 当完成由波函数为 Ψ_i 的初态到波函数为 Ψ_f 的终态跃迁而发射引力子时, 此时引力子具有确定的圆频率

$$\omega = (E_a - E_b) / \hbar。$$

系统将能量为 $\hbar\omega$ 的引力子发射到立体角 $d\Omega$ 中去的功率为:

$$dP = \frac{G\omega^2 d\Omega}{\pi} \left[T^{\lambda\nu*}(K, \omega) T_{\lambda\nu}(K, \omega) - \frac{1}{2} \left| T^{\lambda}_{\lambda}(K, \omega) \right|^2 \right]。$$

其中的 $T^{\lambda\nu}(K, \omega)$ 是终态和初态之间应力-能量张量算符的矩阵元。对于这类受激引力辐射的跃迁速率, 即系统发射引力子的速率, 可以采用先计算系统的引力辐射功率, 然后除以引力子的能量 $\hbar\omega$ 的方法求得。那么, 系统向立体角 $d\Omega$ 中发射能量为 $\hbar\omega$ 的引力子的速率为:

$$dF = \frac{dP}{\hbar\omega} = \frac{G\omega d\Omega}{\hbar\pi} \left[T^{\lambda\nu*}(K, \omega) T_{\lambda\nu}(K, \omega) - \frac{1}{2} \left| T^{\lambda}_{\lambda}(K, \omega) \right|^2 \right]。$$

对于四极近似, 通过发出引力辐射而完成跃迁 $a \rightarrow b$ 的原子, 总速率为:^[2]

$$F(a \rightarrow b) = \frac{2G\omega^5}{5\hbar} \left[D_{ij}^*(a \rightarrow b) D_{ij}(a \rightarrow b) - \frac{1}{3} \left| D_{ii}(a \rightarrow b) \right|^2 \right]。$$

其中, 质量四极矩张量

$$D_{ij}(a \rightarrow b) \equiv m_e \int \Psi_b^*(X) x_i x_j \Psi_a(X) d^3 X.$$

众所周知,激光能诱发硫化镉单晶半导体产生超高频的声学的内应力,这样的应力将继续产生一束平行于激光束方向的弱的引力波。

引力波束相应于引力子束流,由于引力子具有确定的圆频率,所以其相应的引力波具有单色性。在波前离引力辐射源的距离 $r \gg \lambda$ (λ 为引力波的波长) 的地方,其引力波即可视为单色平面波。

圆频率 ω 足够高的引力波所相应的引力子具有足够高的能量 $E = \hbar\omega$, 当此波被某物体吸收时,其所相应的高能引力子将激发该物体的分子或原子的能态跃迁,由较低能态向较高能态跃迁而处于受激态,受激态可能向基态或较低能态发生自发跃迁或受激跃迁,此时主要将在引力辐射的作用下产生受激辐射跃迁。受激辐射是人们熟知的次级电磁辐射,当由波函数为 Ψ'_a 的受激态到波函数为 Ψ'_b 的较低能态或基态跃迁时,其次级电磁辐射的电磁波的圆频率为:

$$\omega' = (E'_a - E'_b) / \hbar,$$

如果是共振跃迁, $\omega' = \omega$ 。

对于由 Ψ'_a 态和 Ψ'_b 态 (两个态上的原子数分别为 n'_a 和 n'_b) 之间发生的跃迁,令 A'_{ab} 为原子每秒内发生从 a 到 b 的自发跃迁向单位立体角发射的能量子的几率,那么,每秒内发生从 a 到 b 的自发跃迁向立体角 $d\Omega$ 中发射的次级能量子的速率即为

$$dF'_s = n'_a A'_{ab} d\Omega.$$

假设单位体积中的,在单位立体角内传播的,圆频率为 ω 的引力辐射的能量 (能量密度) 是 u_ω , 则其相应的引力子数密度是 $u_\omega / \hbar\omega$ 。令原子在单位能量密度的引力辐射场作用下,每秒内对在单位立体角内运动的圆频率为 ω 的引力子的吸收几率为 B'_{ba} , 那么,在能量密度为 u_ω 的引力辐射场作用下,每秒内对在立体角 $d\Omega$ 内运动圆频率为 ω 的引力子的吸收速率即为

$$dF'_a = n'_b B'_{ba} u_\omega d\Omega.$$

这一吸收激发了自 b 到 a 的跃迁。令原子在单位能量密度的引力辐射场作用下,每秒内向单位立体角辐射的圆频率为 ω (共振跃迁 $\omega' = \omega$) 的从 a 到 b 的受激发射次级能量子的几率为 B'_{ab} , 那么,在能量密度为 u_ω 的引力辐射场作用下,每秒内向立体角 $d\Omega$ 辐射的圆频率为 ω 的从 a 到 b 的受激发射次级能量子的速率即为

$$dF'_i = n'_a B'_{ab} u_\omega d\Omega.$$

由于原子的各个能态上的原子数增加和减少的过程之间,存在着细致平衡,即各个态上的原子数要保持为一个稳定值,那么,吸收和发射速率就必须相等^[3], 因此

$$dF'_s + dF'_i = dF'_a.$$

但是,被激发到 α 态的原子数可能由于碰撞而减少,而且,入射的引力子也不是全部被吸收,还将产生散射和干涉,所以产生次级电磁辐射能量子的数目是小于入射引力子的数目的。次级电磁辐射能量子数对入射引力子数的百分比我们用量子效率这一概念描述。由于引力辐射与电磁辐射之间的高效率转换^[4],参照一般物质的光电次级辐射的量子效率为百分之几到百分三十左右的数量级^[5],这里的量子效率可取为百分之几。

对于电磁辐射,我们已经有成熟的方法可以精确地检测,这就给我们提供了一条通过次级电磁辐射的检测而判明引力辐射存在的途径。我们可以在高频引力波发射机前方一定的距离处,放置我们选定的能够吸收该种频率的引力辐射而产生次级电磁辐射的物质做成的吸收天线,然后根据次级电磁辐射的频率配用相应频段的电磁辐射检测器来精确检测所生的次级电磁辐射信号。吸收天线和电磁检测仪器将整个系统采取电磁屏蔽措施,而引力波发射机则置于屏蔽室外边。实验时,发射机产生的引力波能够进入屏蔽室而被天线吸收,任何外界的电磁信号都将受到屏蔽而无法进入屏蔽室,检测器所检测到的信号则可能唯一地由于引力辐射所生,我们只要进一步判断,即通过开启和关闭发射机进行观察,当发射机处于开启状态时检测器检测到信号,然后关闭发射机,如果检测到的信号随之消失,而且当我们重复开启和关闭发射机,这一现象能够重复,即证明所检测到的信号完全是由引力波发射机的引力辐射所引起的吸收天线的次级电磁辐射信号,这就确证了引力波的存在。

对于频率在微波段的高频引力波的检测,我们基于日本东北大学提出的“行波型引力波发射机”^[4]而相应地提出下述探索。这一发射机产生的引力波,频率为 10^{11} 赫芝,功率达到 10^{-5} 尔格·秒⁻¹,而且方向性很强,非常尖锐地集中在很小的立体角 $\Omega_{(5.3^\circ)}$ 之内,这里

$$\Omega_{(5.3^\circ)} \approx 2.7 \times 10^{-2}.$$

此即该发射机向此立体角 $\Omega_{(5.3^\circ)}$ 发射能量为

$$E = \hbar\omega = 6.623 \times 10^{-16} \text{ 尔格}$$

的引力子的辐射功率是

$$P = 10^{-5} \text{ 尔格} \cdot \text{秒}^{-1}.$$

那么,向此立体角 $\Omega_{(5.3^\circ)}$ 发射引力子的速率为

$$F = P / \hbar\omega = 1.51 \times 10^{10} \text{ 秒}^{-1}.$$

下面我们进一步计算单位时间自发射机正面一边的硫化镉晶体端面处单位面积内通过的平均引力子数 N :

$$N = F/S.$$

因为硫化镉单晶长 $l = 30$ 厘米,宽 $a = 0.3$ 厘米,高 $b = 0.03$ 厘米,所以在发射机正面一边的

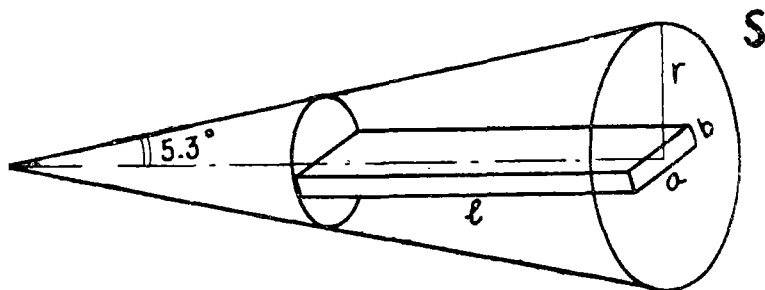


图 一

晶体端面处垂直辐射锥的中心射线的平面为此立体角 $\Omega_{(5.3^\circ)}$ 所截取的面积 S (见图一) 为

$$S = \pi r^2 = \pi \left(l \lg 5.3^\circ + \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} \right)^2 = 27.04 \text{ 厘米}^2,$$

即得

$$N = F/S = 5.55 \times 10^8 \text{ 厘米}^{-2} \cdot \text{秒}^{-1}.$$

当我们把接收天线放置在距发射机正面一边的晶体端面 2 米处, 且天线的接收平面对准引力波方向, 平面法线与辐射锥的中心射线平行, 那么天线被该立体角 $\Omega_{(5.3^\circ)}$ 所截取的部分单位面积单位时间内接收到的平均引力子数 N' (见图二) 为

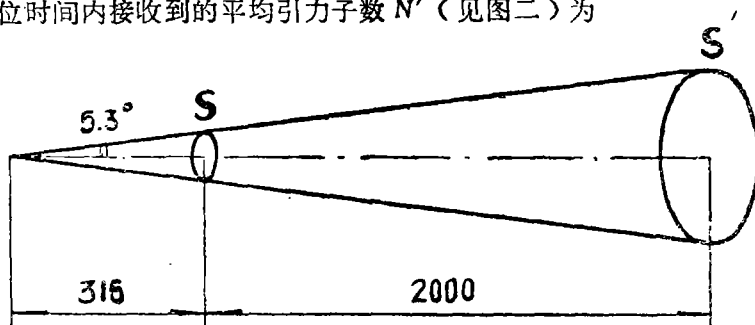


图 二

$$N' = NS/S' = 1.03 \times 10^7 \text{ 厘米}^{-2} \cdot \text{秒}^{-1}.$$

因为此处垂直中心射线的平面被该立体角 $\Omega_{(5.3^\circ)}$ 所截取的面积是 $S' = 1454 \text{ 厘米}^2$, 所以只要使园板形天线的有效接收平面的面积为 1500 厘米^2 , 就可以使上述引力波束整个落在天线上, 这样就使相应的引力子都射到天线上。

对于受激辐射的频率在微波波段的工作物质, 在常温下多数是气态的, 为了增加工作物质的厚度, 可以把作为天线用的装工作物质的容器的厚度加大; 为了增加工作物质的密度, 可以采用低温手段直至把工作物质液化。上述“行波型引力波发射机”产生的引力波, 我们可以选用对该频率能够产生共振次级电磁辐射的物质做成接收天线, 这些材料做成的天线吸收引力辐射后产生次级电磁辐射的量子效率我们取百分之一的数量级, 那么产生次级电磁辐射能量子的速率即为

$$F' = 0.01F = 1.51 \times 10^8 \text{ 秒}^{-1}.$$

这一次级电磁辐射的功率是

$$P' = F' h\omega = 10^{-7} \text{ 尔格} \cdot \text{秒}^{-1}.$$

对于这一范围的微波辐射, 我们只要用灵敏度为 -110 dB 毫瓦的微波检测器就可以探测到。目前的微波检测器已达到这样高的灵敏度, 所以这一检测途径原则上是可行的, 我们希望获得实验上的进展, 以求证实引力波的存在。

参 考 文 献

- [1] J.Weber, General Relativity and Gravitational Waves, (Interscience, New York, 1961)
- [2] S.Weinberg, Gravitation and Cosmology, Principles and Applications of The General Theory of Relativity, (John Wiley, 1972)

-
- [3] 朱如曾 编译, “激光物理”。(国防工业出版社, 1975)
- [4] Hideo Seki, Tsunehiro Obata and Jiro Chiba, J. Appl. Phys. 44, 2401(1973)
- [5] A.H. 薩默, “光电发射材料——制备、特性和应用”。(科学出版社, 1979)