利用台风次声波确定台风方位的计算方法

华侨大学 陈兴钧 **福州大学** 林景荣 雷英果

福建省气象局 陈 燊 陈丽璇

提 要

台风次声探测是研究台风方位的一个新的课题，它是由中央气象局提出任务並委托中国科学院物理研究所主持研究的。我们参加数据处理方面的一些工作。如何处理通过物理仪器接收到的台风次声信号，进而计算出台风中心的方向和位置？这是我们研究台风次声的主要目的之一，为此，我们于1977年，综合应用一些有关的数学方法进行了实际计算，取得一定效果。

（一）方法介绍：

（1）三点阵计算方向角的一个方法：

假设某次声探测站布了一个三点阵。首先建立阵坐标系，取其中一点 S_0 作为原点，规定正北为y轴的正方向。如图一、从 y 轴正向沿顺时针方向旋转的角度规定为正角。图中 β_1、

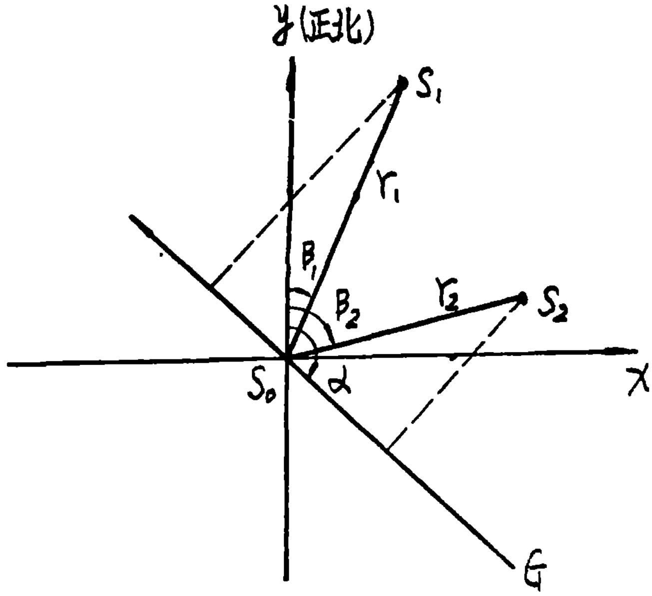


图 一

β_2分别表示 y 轴与射线 S_0S_1 及 S_0S_2 的夹角，γ_1、γ_2分别表示 S_0到 S_1及 S_0到 S_2的距离。

又设台风中心离三点阵位置相当远，因而次声波可当作平面波处理，它与y轴的夹角为α，並且由S_0、S_1、S_2接收到的次声波，可以确定S_0到S_1及S_0到S_2的时差（时差估计方法另介绍），分别记作$\triangle t_1 = t_0 - t_1$，$\triangle t_2 = t_0 - t_2$。这里$t_0$，$t_1$，$t_2$分别表示次声波到达点$S_0$，$S_1$，$S_2$的时间。

那么就有：

$$\triangle t_2 \times V = \gamma_2 \mathrm{Cos}(\alpha - \beta_2) \quad \cdots\cdots (1)$$

$$-\triangle t_1 \times V = \gamma_1 \mathrm{Cos}(\pi - \alpha + \beta_1) = -\gamma_1 \mathrm{Cos}(\alpha - \beta_1)$$

$$\triangle t_1 \times V = \gamma_1 \mathrm{Cos}(\alpha - \beta_1) \quad \cdots\cdots (2)$$

其中V为声速。

(1)/(2)得：

$$\frac{\triangle t_2}{\triangle t_1} = \frac{\gamma_2 \mathrm{Cos}(\alpha - \beta_2)}{\gamma_1 \mathrm{Cos}(\alpha - \beta_1)} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\left[\mathrm{Cos}(\beta_2 - \beta_1) + \mathrm{Sin}(\beta_2 - \beta_1)\mathrm{tg}(\alpha - \beta_1)\right]$$

$$\therefore \alpha = \mathrm{arctg}\left[\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\cdot\frac{\triangle t_2}{\triangle t_1} - \mathrm{Cos}(\beta_2 - \beta_1)\right)/\mathrm{Sin}(\beta_2 - \beta_1)\right] + \beta_1 \quad \cdots\cdots (3)$$

当三点阵固定后，上述公式(3)为时差$\triangle t_1$与$\triangle t_2$所唯一确定（指主值），但由于$\triangle t_1$与$\triangle t_2$是以比值$\frac{\triangle t_2}{\triangle t_1}$出现于公式(3)之中，所以当$\triangle t_1$与$\triangle t_2$同时变号时其公式结果不变，这就是说计算的结果与实际台风中心方向角可能差180°，应用时请注意时差的正负号给以校正。

（2）M+1点阵计算方向角的一个方法：

为了提高计算方向角的精确度，可采取布多点阵的方法，设某探测站布了一个M+1点

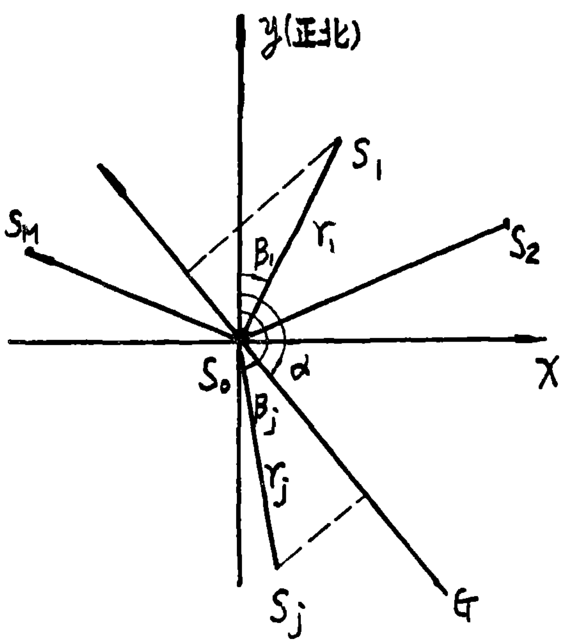


图　二

阵（M≥2），如图二。

而且已求得时差$\triangle t_j = t_0 - t_j$及时差的方差$\sigma^2_{\Delta t_j}$（$j=1, 2, \cdots\cdots, M$）。则由上述三点阵计算方向角的方法，对每三个点$S_0$，$S_1$，$S_j$就可确定一个方向角$\alpha_j$。亦即由已求得的时差$\triangle t_1$及$\triangle t_j$，应用（3）式即得：

$$\alpha_j = \operatorname{arctg}\left[\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_j} \cdot \frac{\Delta t_j}{\Delta t_1} - \operatorname{Cos}(\beta_j - \beta_1)\right) / \operatorname{Sin}(\beta_j - \beta_1)\right] + \beta_1 \cdots\cdots\cdots (3')$$

$$j = 2, 3, \cdots, M。$$

显然，因为α_j是$\triangle t_1$和$\triangle t_j$的函数。而时差的测量有误差，所以α_j也存在误差。因此用α_j估计α也必然存在误差（记作$\in_j$），故有：

$$\alpha_j = \alpha + \in_j \qquad j = 2, 3, \cdots M.$$

写成向量形式：

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}\alpha + \in$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_M \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_{(M-1)\times 1} \qquad \in = \begin{pmatrix} \in_2 \\ \in_3 \\ \vdots \\ \in_M \end{pmatrix}$$

那么，如何从已求出的M－1个α_j出发，找出α的一个"最佳"估计值$\hat{\alpha}$呢？我们假设$E\in_j = 0$，$\triangle t_1$，$\triangle t_2$，$\cdots\triangle t_M$彼此独立，则$\in$的协方差阵：

$$E\in\in^\tau = E(\mathbf{A} - \mathbf{H}\alpha)(\mathbf{A} - \mathbf{H}\alpha)^\tau = \begin{pmatrix} \sigma^2_{\alpha_1} & \sigma_{\alpha_2\alpha_3} & \cdots & \sigma_{\alpha_2\alpha_M} \\ \sigma_{\alpha_3\alpha_2} & \sigma^2_{\alpha_3} & \cdots & \sigma_{\alpha_3\alpha_M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{\alpha_M\alpha_2} & \sigma_{\alpha_M\alpha_3} & \cdots & \sigma^2_{\alpha_M} \end{pmatrix} \triangle \mathbf{M}$$

其中 $\sigma^2_{\alpha_j} = \left(\frac{\partial \alpha_j}{\partial \Delta t_1}\right)^2 \sigma^2_{\Delta t_j} + \left(\frac{\partial \alpha_j}{\partial \Delta t_j}\right)^2 \sigma^2_{\Delta t_j}$

$$\sigma_{\alpha_i\alpha_j} = \sigma_{\alpha_j\alpha_i} = \frac{\partial \alpha_i}{\partial \Delta t_1} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial \Delta t_1} \cdot \sigma^2_{\Delta t_1}$$

$\in^\tau$表示矩阵$\in$的转置矩阵，余类推。记**M**的逆矩阵为：

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \cdots & \xi_{1\,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{M-1\,1} & \xi_{M-1\,2} & \cdots & \xi_{M-1\,M-1} \end{pmatrix}$$

考虑到α_i之间不独立，並且$\sigma^2_{\alpha_j}$不等，故采用加权最小二乘估计为宜。令M^{-1}为加权阵，这就要求我们找出一个估值$\hat{\alpha}$，使得

$$(A-H\alpha)^\tau M^{-1}(A-H\alpha)$$

到达极小。由微积分知识和矩阵微分法知道$\hat{\alpha}$必需满足以下方程：

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}(A-H\alpha)^\tau M^{-1}(A-H\alpha)\Big|_{\alpha=\hat{\alpha}}=-2H^\tau M^{-1}(A-H\hat{\alpha})=0$$

故得加权最小二乘估计

$$\hat{\alpha}=(H^\tau M^{-1}H)^{-1}H^\tau M^{-1}A$$

$$=\sum_{i=2}^{M}\sum_{j=2}^{M}\xi_{i-1,\ j-1}\alpha_i\Big/\sum_{i=2}^{M}\sum_{j=2}^{M}\xi_{i-1,\ j-1}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

因为$\alpha-\hat{\alpha}=-(H^\tau M^{-1}H)^{-1}H^\tau M^{-1}\in$，$E(\alpha-\hat{\alpha})=0$，即$E\hat{\alpha}=\alpha$，所以$\hat{\alpha}$是$\alpha$的无偏估计。加权最小二乘估计误差的方差为：

$$\sigma^2_{\hat{\alpha}}=E(\alpha-\hat{\alpha})(\alpha-\hat{\alpha})^\tau$$

$$=E(H^\tau M^{-1}H)^{-1}H^\tau M^{-1}\in\in^\tau(M^{-1})^\tau H[(H^\tau M^{-1}H)^{-1}]^\tau$$

$$=(H^\tau M^{-1}H)^{-1}H^\tau M^{-1}M(M^{-1})^\tau H[(H^\tau M^{-1}H)^{-1}]^\tau$$

$$=(H^\tau M^{-1}H)^{-1}[H^\tau(M^{-1})^\tau H][(H^\tau M^{-1}H)^\tau]^{-1}$$

$$=(H^\tau M^{-1}H)^{-1}(H^\tau M^{-1}H)^\tau[(H^\tau M^{-1}H)^\tau]^{-1}$$

$$=(H^\tau M^{-1}H)^{-1}=1\Big/\sum_{i=2}^{M}\sum_{j=2}^{M}\xi_{i-1,\ j-1}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

还可以证明：$\sigma^2_{\hat{\alpha}}\leqslant\sigma^2_{\alpha_j}$（$j=2,3,\cdots M$）可见用（4）求得的方向角比用（3′）求得的任一方向角都要准确一些，从而提高了对α估计的精度。

（3）利用方向角确定台风中心位置的一个方法：

设台风中心位置E的经纬度分别为λ_e，φ_e；今有n个探测站K_i，它们的经纬度分别为λ_{ki}，φ_{ki}，从该站测得的台风方向角为α_i（$i=1,2\cdots n$）。

则由球面三角余切定理（四元素形式）得：

$$\mathrm{Ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_e\right)\cdot\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_{ki}\right)$$

$$=\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_{ki}\right)\cdot\mathrm{Cos}(\lambda_e-\lambda_{ki})+\mathrm{Sin}(\lambda_e-\lambda_{ki})\mathrm{Ctg}\,\alpha_i\cdots\cdots\cdots(6)$$

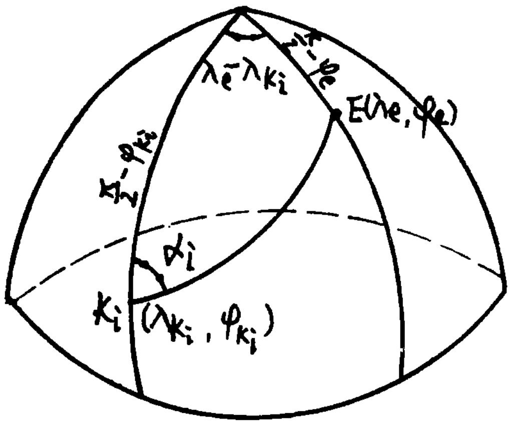


图　三

化简得

$$\mathrm{Ctg}\alpha_i-\mathrm{Sin}\varphi_{ki}\mathrm{Ctg}\lambda_{ki}=(\mathrm{Ctg}\alpha_i\mathrm{tg}\lambda_{ki}+\mathrm{Sin}\varphi_{ki})\mathrm{tg}\lambda_e-\frac{\mathrm{tg}\varphi_e}{\mathrm{Cos}\lambda_e}\cdot\frac{\mathrm{Cos}\varphi_{ki}}{\mathrm{Sin}\lambda_{ki}}\quad\cdots\cdots(7)$$

令

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{Ctg}\alpha_i-\mathrm{Sin}\varphi_{ki}\ \mathrm{Ctg}\lambda_{ki}=f_i\\&\mathrm{Ctg}\alpha_i\ \mathrm{tg}\lambda_{ki}+\mathrm{Sin}\varphi_{ki}=a_{i1}\\&\frac{-\mathrm{Cos}\varphi_{ki}}{\mathrm{Sin}\lambda_{ki}}=a_{i2}\\&\mathrm{tg}\lambda_e=x_1\qquad\frac{\mathrm{tg}\varphi_e}{\mathrm{Cos}\lambda_e}=x_2\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(8)$$

则（7）式变为

$$f_i=a_{i1}x_1+a_{i2}x_2\ (i=1,2,\cdots n)\quad\cdots\cdots(7')$$

这样，要求出λ_e，φ_e，只要先求出x_1，x_2即可，而且由于α_i的量测有误差，所以式（7′）左右两端可能不等

令

$$f_i-a_{i1}x_1-a_{i2}x_2=\in_i\ (i=1,2,\cdots n)$$

则

$$f_i=a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\in_i\ (i=1,2,\cdots n)\quad\cdots\cdots(9)$$

写成矩阵的形式

$$\mathbf{F}=\mathbf{AX}+\in$$

其中

$$\mathbf{F}=\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix},\quad \mathbf{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} \end{pmatrix},\quad \mathbf{X}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},\quad \in=\begin{pmatrix} \in_1 \\ \in_2 \\ \vdots \\ \in_n \end{pmatrix}$$

其中$\in$为量测误差向量，设$\in_1$、$\in_2$，…$\in_n$彼此独立，$E\in_i=0$（$i=1,2,\dots n$）。

如何求出$\mathbf{X}$的“最佳”估计$\hat{\mathbf{X}}$呢？考虑到各站方向角α_i量测精度不一，故仍采用加权最小二乘估计为宜。令

$$\mathbf{M}_f=\begin{pmatrix} \sigma^2_{f_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma^2_{fn} \end{pmatrix}$$

其中$\sigma^2_{f_i}=\left(\frac{\partial f_i}{\partial\alpha_i}\right)^2\sigma^2_{\alpha_i}=\frac{\sigma^2\alpha_i}{\mathrm{Sin}^4\alpha_i}$。

取$\mathbf{M}_f^{-1}$为加权阵，则$\mathbf{X}$的加权最小二乘估计为：

$$\hat{\mathbf{X}}=(\mathbf{A}^\tau\mathbf{M}_f^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^\tau\mathbf{M}_f^{-1}\mathbf{F} \qquad (10)$$

而加权最小二乘估计的误差为：

$$\mathbf{X}-\hat{\mathbf{X}}=-(\mathbf{A}^\tau\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^\tau\mathbf{M}_f^{-1}\in$$

因为$E(\mathbf{X}-\hat{\mathbf{X}})=0$，故$\hat{\mathbf{X}}$是$\mathbf{X}$的无偏估计。

总之，在实际计算时，首先由(10)求出x_1，x_2，然后由(8)中的方程：

$$\begin{cases} \mathrm{tg}\ \lambda_e=x_1 \\ \dfrac{\mathrm{tg}\ \varphi_e}{\mathrm{Cos}\lambda_e}=x_2 \end{cases} \qquad (11)$$

可解出

$$\begin{aligned} \lambda_e&=\mathrm{arctg}x_1+\pi \\ \varphi_e&=\mathrm{arctg}\left(\frac{x_2}{\sqrt{1+x_1^2}}\right) \end{aligned} \qquad (12)$$

〔注〕：方程组(11)原有多组解，根据我们研究台风的实际分布范围：$\frac{\pi}{2}<\lambda_e<\pi$，$0<\varphi_e<\frac{\pi}{2}$，上面只给出我们所需要的一组解。

同时，我们还可以对所求台风中心位置经纬度的误差作出估计：

$$
\left.\begin{aligned}
\sigma^2_{\lambda_e} &= \left(\frac{\partial\lambda_e}{\partial x_1}\right)\sigma^2_{x_1} \\
\sigma^2_{\varphi_e} &= \left(\frac{\partial\varphi_e}{\partial x_1}\right)\sigma^2_{x_1} + \left(\frac{\partial\varphi_e}{\partial x_2}\right)\sigma^2_{x_2} + 2\frac{\partial\varphi_e}{\partial x_2}\frac{\partial\varphi_e}{\partial x_1}\sigma_{x_1x_2} \\
\sigma_{\lambda_e\varphi_e} &= \frac{\partial\lambda_e}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial\varphi_e}{\partial x_1}\sigma^2_{x_1} + \frac{\partial\lambda_e}{\partial x_1}\frac{\partial\varphi_e}{\partial x_2}\sigma_{x_1x_2}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (13)
$$

（4）利用相关系数求时差的方法：

设在不同的两个位置测得两道台风次声记录：x（t）；y（t）。经过采样得以下两串数据：

$$x'_1,\ x'_2\cdots,\ x'_N;\quad y'_1,\ y'_2,\ \cdots y'_N。$$

为了便于处理，先对这两串数据分别作如下的变换：

$$x_i = x'_i - \bar{x}';\quad y_i = y'_i - \bar{y}';\quad i = 1, 2, \cdots N$$

其中 $\bar{x}' = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x'_i$，$\bar{y}' = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y'_i$。

要估计两个位置分别接收到的二道信号 x (t) y (t)的时差，先应用相关系数公式：

$$R_{xy}(j,k) = \frac{\sum_{i=M_j}^{N_j} x_i\ y_{i+k}}{\sqrt{\sum_{i=M_j}^{N_j} x_i^2 \sum_{i=M_j}^{N_j} y^2_{i+k}}}$$

其中 $1 + k_0 < M_j < N_j < N - k_0$。$M_j$，$N_j$ 分别表示计算相关系数时采用数据的起终点的附标值。$-k_0 \leqslant k \leqslant k_0$，k 表示两串数据相对延迟的个数，$k_0$ 表示两串数据允许最大的延迟个数。

显然按上述公式计算出的相关系数不但与时段〔M_j，N_j〕有关，而且与相对延迟数**k**也有关。当固定时段〔M_j，N_j〕时，R_{xy}（j，k）为 k 的函数（$-k_0 \leqslant k \leqslant k_0$），如果**k***（$-k_0 \leqslant k^* \leqslant k_0$）使$R_{xy}$（j，k）取最大值，即

$$R_{xy}(j,\ k) \leqslant R_{xy}(j,\ k^*),\quad -k_0 \leqslant k \leqslant k_0$$

则称$k^*\cdot\triangle$为次声波 x（t），y（t）在时段〔M_j，N_j〕上的时差，这里△是采样的时间间隔。由于接收的信号存在随机干扰，所以这样计算的时差与时段〔M_j，N_j〕选择有关，因此，我们把时段〔M_j，N_j〕上的时差记为

$$\triangle t_j = k^*\cdot\triangle$$

假定，我们选了M个时段〔M_j，N_j〕进行计算得了M个时差Δt_j（j = 1，2，…M），则我们可取它们的平均值Δt：

$$\Delta t = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\Delta t_j$$

作为这两道次声波时差的估计值。其方差为：

$$\sigma^2_{\Delta t} = \frac{1}{M-1}\sum_{j=1}^{M}(\Delta t_j - \Delta t)^2$$

（二）计算情况：

我们利用上述方法，就1977年八号台风福州站的S_0（红霞）—S_1（民用）—S_2（红卫）三点阵九月九日22时—23时接到的次声信号记录（其记录图参看附录），分别选取三组进行台风中心位置的方向角计算。现将其计算步骤与计算结果分述于下：

（1）阵参数的测量与计算：

如图四、选S_0（红霞）为阵坐标系的原点，y轴正向指正北方向、经测量得民用点的坐标为S_1（－670、－460），红卫点的坐标为S_2（230，－1030），则

$$\gamma_1 = \sqrt{(-670)^2 + (-460)^2} = 812.71$$

$$\gamma_2 = \sqrt{(230)^2 + (-1030)^2} = 1055.37$$

$$\beta_1 = \frac{3\pi}{2} - \mathrm{arctg}\frac{-460}{-670} = 235.53^0$$

$$\beta_2 = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\frac{-1030}{230} = 167.41^0$$

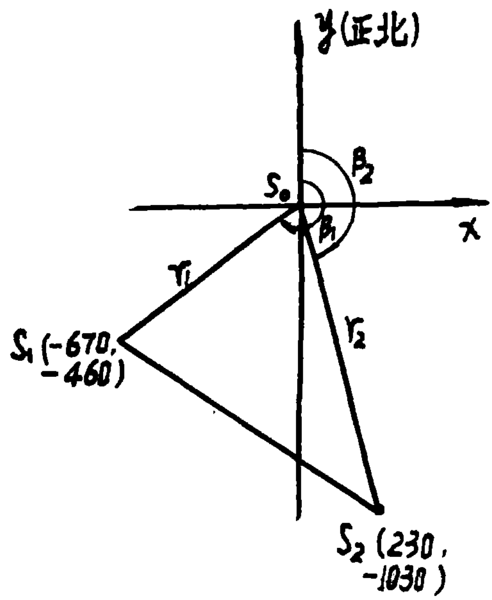


图 四

（2）时差的计算：

利用（一）（4）介绍求时差的方法，我们取k_0＝40，分七个时段〔M_j，N_j〕（j = 1，2，… 7）（具体分法见下表），就所选的三组信号记录的采样数据分别进行时差计算，其计算结果列表于下：

时段 (M, N)	九月九日22时6分记录				九月九日22时55分记录				九月九日23时11分记录			
	红霞－民用		红霞－红卫		红霞－民用		红霞－红卫		红霞－民用		红霞－红卫	
	时差	相关系数	时差	相关系数	时差	相关系数	时差	相关系数	时差	相关系数	时差	相关系数
50—450	0.5	0.96	0.1	0.96	1.1	0.99	0.6	0.99	1.5	0.91	0.4	0.97
150—550	0.5	0.96	-0.3	0.96	1.1	0.99	1.5	0.99	1.5	0.98	-4.0	0.99
250—650	1.6	0.98	-0.7	0.98	0.9	0.98	1.1	0.99	1.4	0.98	2.6	0.99
350—750	1.3	0.99	0.9	0.98	0.9	0.96	3.9	0.96	1.4	0.98	2.7	0.99
450—850	0.9	0.98	0.7	0.98	1.3	0.95	-4.0	0.95	1.5	0.99	-3.3	0.99
550—950	0.9	0.98	0.7	0.98	1.1	0.95	-4.0	0.94	1.0	0.99	-3.3	0.99
50—950	0.9	0.96	0.7	0.96	1.1	0.97	-4.0	0.71	1.5	0.98	2.4	0.98
平均值$\triangle t$	0.94		0.3		1.07		-0.56		1.4		-0.07	
方差$\sigma^2_{\triangle t}$	0.16		0.38		0.02		11.18		0.03		10.55	

（3）方向角的计算：

把上述（1）、（2）所求的阵参数及时差分别代入求方向角的公式（3）：

$$\alpha=\operatorname{arctg}\left[\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}-\operatorname{Cos}(\beta_2-\beta_1)\right)\Big/\operatorname{Sin}(\beta_2-\beta_1)\right]+\beta_1$$

即可求得方向角的估计值，现把计算结果列表于下：

	九月九日22时6分记录		九月九日22时55分记录		九月九日23时11分记录	
	红霞－民用	红霞－红卫	红霞－民用	红霞－红卫	红霞－民用	红霞－红卫
阵距离	$\gamma_1=812.71$	$\gamma_2=1055.37$	$\gamma_1=812.71$	$\gamma_2=1055.37$	$\gamma_1=812.71$	$\gamma_2=1055.37$
阵方位角	$\beta_1=235.53^0$	$\beta_2=167.41^0$	$\beta_1=235.53^0$	$\beta_2=167.41^0$	$\beta_1=235.53^0$	$\beta_2=167.41^0$
阵时差	$\Delta t_1=0.94$	$\Delta t_2=0.3$	$\Delta t_1=1.07$	$\Delta t_2=-0.56$	$\Delta t_1=1.4$	$\Delta t_2=-0.07$
方向角α	63.36^0		95.33^0		79.49^0	

（4）结论与存在问题：

分析上述方向角的计算结果，就各别来说与九月九日22时—23时台风中心的实际方向角78.7°有时相差较大，拟合程度较差。但若取它们的平均值$\bar{\alpha}$

$$\bar{\alpha}=\frac{79.49^\circ+63.36^\circ+95.53^\circ}{3}\approx 79.39^\circ$$

作为实际台风中心位置的方向角的估计值，则拟合程度较好。

有时拟合程度不够理想，我们考虑主要有以下一些原因：

（ⅰ）随机干扰未能很好滤掉。

（ⅱ）因限于设备条件，接收时未能即时进行录带和采样，事后通过人工描图、录带和采样处理，肯定给采样数据带入了人为的误差，特别是延迟误差，将给时差计算带来极大的影响，这可能是拟合不好的一个很主要的原因。所以我们认为了适时对接信号进行处理和提高计算精确度必须配备有电子计算机等现代化设备。

（ⅲ）公式本身及计算方法系初次试用于台风次声数据处理，可能也存在有待改进之处。

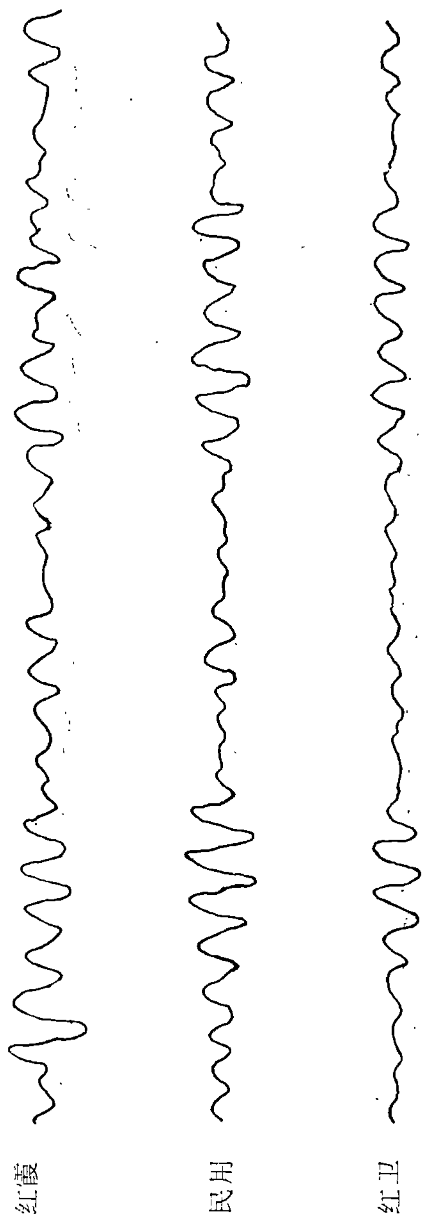
由于水平有限，文中可能在缺点错误，请同志们批评指正。

参 考 文 献

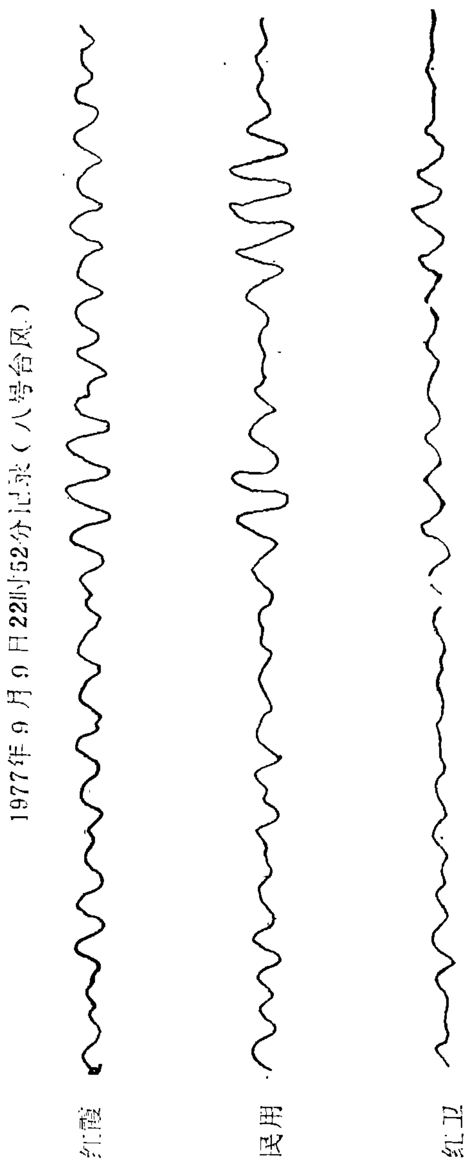
中国科学院数学研究所概率统计室：最优线性　递推滤波——卡尔曼滤波——讲义。

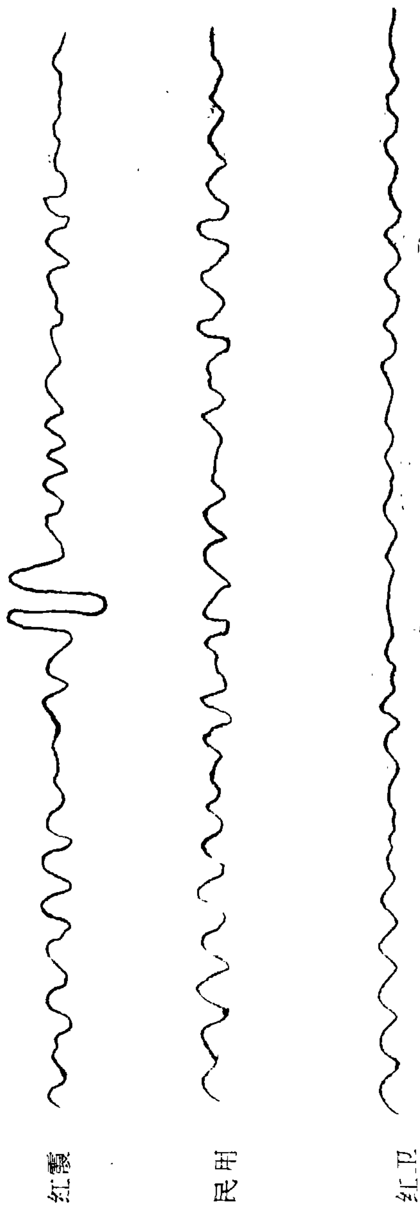
1973．4．

附录：所选用的1977年八号台风9月9日22时——23时的三组次声信号记录图。抄录于下：



1977年9月9日22时6分记录（八号台风）


1977年9月9日22时52分记录（八号台风）
红霞
民用
红卫



1977年9月9日23时11分记录（八号台风）