第12卷 第3期　　华侨大学学报自然科学版　　Vol.12 No.3
JOURNAL OF HUAQIAO UNIVERSITY
1991年7月　　(NATURAL SCIENCE)　　Jul. 1991

B样条曲面在防毒面具中的应用

赖长法 陈亞年
(精密机械工程系)

摘要 本文选用双三次均匀基B样条曲面为数学模型，着重讨论了B样条曲面在不同边界条件下顶点反算和曲面拼合问题．根据所推导的算法特点对面具口罩芯模和矿用面罩密合框进行划分，采样型值点，构造出其定量化模型，在计算机屏幕上显示其三维图形(透视图)，取得较满意的效果．

关键词 CAD，防毒面具，B样条曲面，造型设计

0 前言

面具是现武器装备的重要组成部分，也是现代工业的重要个体防护设施，它在部队、煤矿、消防等部门的应用越来越广泛．但由于面具结构复杂，工艺要求严，面具性能受诸多因素的影响又难以定量化描述，致使面具的研制水平全凭经验和尝试，缺少理论依据，返工多，工作量大，模具制造困难．新型面具设计只好用旧的面具脱模描绘．因此，不能在以往的基础上总结、继承、发展和提高．采用CAD技术克服了面具难于精确的定量描述和数据存贮的难题，除可获得最佳密合效果外，在模具制造中可用于数控加工，研制周期可以大幅度缩短，使过去复杂的工作变得简单容易．

我们在比较各种方案的基础上选用双三次均匀B样条为数学模型，根据防化研究院一所提供的石膏模型为原型，进行了造型设计．本研究步骤为：选用数模→采样型值点→曲面反算与拼合→显示三维透视图．

1 曲面反算与拼合

B样条曲面由一组特征多边形定义，双三次均匀B样条曲面片用16个顶点的特征网格定义，其方程为

$$P(u,\omega)=UBVB^TW^T, \tag{1}$$

其中

$$U[u^3u^2u\ 1], \qquad W=[w^3w^2w\ 1],$$

本文1990—02—14收到．

$$B=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}-1 & 3 & -3 & 1\\ 3 & -6 & 3 & 0\\ -3 & 0 & 3 & 0\\ 1 & 4 & 1 & 0\end{pmatrix},\quad V=\begin{pmatrix}V_{11} & V_{12} & V_{13} & V_{14}\\ V_{21} & V_{22} & V_{23} & V_{24}\\ V_{31} & V_{32} & V_{33} & V_{34}\\ V_{41} & V_{42} & V_{43} & V_{44}\end{pmatrix},$$

$$0\leqslant u,\ W\leqslant 1,$$

从B样条曲面公式可知，每取16个顶点便可构成一块曲面片，$m\times n$个顶点可构造$(m-1)(n-1)$块曲面片，这些曲面片之间具有C^2连续，但实际应用中更常见到的是给出一些离散点来插值设计，通常这些点由实验或长期经验获得，而B样条曲面只能逼近而不能插值控制网格。因此就涉及到反求问题，即根据型值点反求出特征多边形网格顶点。B样条曲面可以看做两个不同参数方向曲线的直积，所以解决曲面反求问题，首先得解决曲线反求问题。

1．1　曲反求线

设有m个待插值点$p_1p_2\cdots p_m$由$(m-1)$段B样条曲线拟合对应特征多边形点点数为$(m+2)$由$V_{i-1},V_i,V_{i+1},V_{i+2}$组成的多边形产生一条均匀三次B样条曲线

$$p_i(t)=\frac{1}{6}[t^3t^2t\ 1]\begin{pmatrix}-1 & 3 & -3 & 1\\ 3 & -6 & 3 & 0\\ -3 & 0 & 3 & 0\\ 1 & 4 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}V_{i-1}\\ V_i\\ V_{i+1}\\ V_{i+2}\end{pmatrix}$$

令$t=0$，得

$$P_i=(1/6)(V_{i-1}+4V_i+V_{i+1})\qquad(2)$$

其中P_i为型值点，$i=1,2,3,\cdots,m$。根据式（2）可以列出m个方程，有（$m+2$）个未知数，$V_j(j=0,1,\cdots m+n)$要求出V_j须补充两个约束条件，一般是对边界增加约束条件，不同的边界条件就引出不的反算方法和利用不同的构造效果，一般有3种方法：（a）重顶点法：利用重顶点技巧反求出同等数量的控制顶点，它的优点是可以方便地拟合具有特殊性质的曲线曲面，但考虑这些条件后方程组一般已满秩，不能加入其它条件，外边界与别的曲面块拼接时受到限制；（b）指定端点一阶导数$\vec{P}'_1$，$\vec{P}'_m$：这种方法不够直观，导矢的方向和大小不易确定，不便应用；（c）在特征多边形的首末端加对称点：这种方法是本文讨论的重点，我们的主体算法就从这种方法推导而来。如图1所示，在特征多边形的首末端外延一对称点V_0,V_{m+1}，此时有

$$\begin{cases}V_1=p_1,\\ V_m=p_m,\end{cases}\qquad(3)$$

$$\begin{cases}V_0=2V_1-V_2,\\ V_{m+1}=2V_m-V_{m-1},\end{cases}\qquad(4)$$

由式（2），（3）得方程组

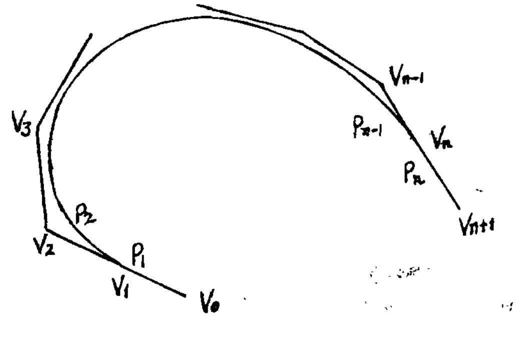


图 1　特征多边形

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & 1 & 4 & 1 & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & 1 & 4 & 1 \\ & & & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{m-1} \\ V_m \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_{m-1} \\ P_m \end{pmatrix}, \tag{5}$$

方程（5）可用追赶法快速求解，然后将结果代入式（4）即可求得控制顶点V_i（$i=0,1,2,\cdots,m,m+1$）。

1．2 只保证形状的曲面反求

设一张B样条曲面通过（$m\times n$）个型值点P_{ij}（$i=1,2,\cdots,m$，$j=1,2,\cdots,n$）特征网格顶点为V_{ij}（$i=0,1,\cdots,m+1$，$j=0,1,\cdots,m,m+1$）。曲面的反算过程可以看成B样条曲面的逆过程，即先沿一个方向（如u向）反求多边形顶点，设为VP_{ij}（$i=0,1,\cdots,m,m+1$，$j=1,2,\cdots,n$）。然后沿另一方向（如W向）以VP_{ij}为型值点，再反求一次多边形顶点，最终求得网格顶点V_{ij}，下面介绍具体步骤。第一步将式（5）改写成

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & 1 & 4 & 1 \\ & & & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} VP_{1,j} \\ VP_{2,j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ VP_{m-1,3} \\ VP_{m,j} \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} P_{1,j} \\ P_{2,j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_{m-1,3} \\ P_{m,j} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

补充边界条件

$$\begin{cases} VP_{0,j}=2VP_{1,j}-VP_{2,j}, \\ VP_{m+1,j}=2VP_{m,j}-VP_{m-1,j}, \end{cases} \tag{7}$$

用追赶法解上述方程组得VP_{ij}。第二步为

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & 1 & 4 & 1 \\ & & & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{i,1} \\ V_{i,2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{i,n-1} \\ V_{i,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} VP_{i,1} \\ VP_{i,2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ VP_{i,n-1} \\ VP_{i,n} \end{pmatrix}, \tag{8}$$

将求得的VP_{ij}代入式（8）补充边界条件

$$\begin{cases} V_{i,0}=2V_{i,1}-V_{i,2}, \\ V_{i,n+1}=2V_{i,n}-V_{i,n-1}, \end{cases} \tag{9}$$

用追赶法求解方程（8），（9）即可求得控制顶点V_{ij}。这样就可按公式（1）构造B样条曲面。

由于工程中遇到的曲面一般都很复杂，只用一张曲面很难构造出来，必须进行分块，这样各曲面块就存在拼合问题。B样条曲面拼合方法很多，如可将两张B样条曲面拼合转化为Coons曲面或Bezier曲面来处理，但算法比较复杂在微机上实现受到限制，采用在反算时保证拼接关系，以控制边界条件形式来保证C^0或U连续。

1.3 保证C^0连续曲面反求

现设有两个曲面S_1，S_2，其型值点分别为$S1$：P_{ij}（$i=1,2,\cdots,m1$，$j=1,2,\cdots,n1$）；$S2$：P_{ij}（$i=1,2,\cdots,m2$，$j=1,2,\cdots,n2$）。则两张B样条曲面的第（i,j）块曲面片方程为$P_{ij}^{(1)}(u,w)=UBV^{(1)}B^TW^T$，$P_{ij}^{(2)}(u,w)=UBV^{(2)}B^TW^T$。为了讨论两张B样条曲面$S_1,S_2$在相邻边$S_1(u,1)$和$S_2(u,0)$上拼合时满足$C^0$连续，不妨看两个曲片的情形。其控制顶点为$P_1$：$V_{ij}^{(1)}$，$P_2$：$V_{ij}^{(2)}$，$(i=1,2,3,4,\ j=1,2,3,4)$。曲面片方程为$P_1(u,w)=UBV^{(1)}B^TW^TP_2(u,w)=UBV^{(2)}B^TW^T$。曲面片$P_1,P_2$在边界函数连续的条件为$P_1(u,1)=P_2(u,0)$，即

$$[u^3u_2u1]BV^{(1)}B^T\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}=[u^3u^2u\ 1]BV^{(2)}B^T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix},$$

上式两边均为u的三次多项式，令u的各次项系数相等，则得

$$BV^{(1)}B^T\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}BV^{(2)}BT\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\tag{10}$$

两边左乘B^{-1}展开得

$$\begin{cases}V_{12}^{(1)}+4V_{13}^{(1)}+V_{14}^{(1)}=V_{11}^{(2)}+4V_{12}^{(2)}+V_{13}^{(2)}\\V_{12}^{(1)}+4V_{23}^{(1)}+V_{24}^{(1)}=V_{21}^{(2)}+4V_{22}^{(2)}+V_{23}^{(2)}\\V_{32}^{(1)}+4V_{33}^{(1)}+V_{34}^{(1)}=V_{31}^{(2)}+4V_{32}^{(2)}+V_{33}^{(2)}\\V_{42}^{(1)}+4V_{43}^{(1)}+V_{44}^{(1)}=V_{41}^{(2)}+4V_{42}^{(2)}+V_{43}^{(2)}\end{cases}$$

推广到两张曲面S_1,S_2时有

$$V_{i,*-1}^{(1)}+4V_{i,*}^{(1)}+V_{i,*+1}^{(1)}=V_{*,0}^{(2)}+4V_{*,1}^{(2)}+V_{*,2}^{(2)}.\tag{11}$$

其中$*$为已知曲面与所求曲面拼合时最小行号。

由$P_i=(1/6)(V_{i-1}+4V_i+V_{i+1})$，我们在反算时可充分利用式（11），在第一重反算时作一些替换，第二重反算时不变。如已知S_1曲面，要求S_2与S_1保证C^0拼合，则第一重反算时$VP_{i,1}^{(2)}$以$(1/6)(V_{*,n_1-1}^{(1)}+4V_{*,n_1}+V_{*,n_1+1})$代入即可，其它情形类似，当在$w$方向拼合时上述公式均需作$u\Leftarrow\Rightarrow w$变换。

1.4 保证C^1连续曲面反求

先从两曲面片角讨论起，欲使P_1，P_2在公共边界达C^1连续，须满足

$$\left.\frac{\partial P_1(u,w)}{\partial u}\right|_{w=1}\times\left.\frac{\partial P_1(n,w)}{\partial w}\right|_{w=1}=k\cdot\left.\frac{\partial P_2(u,w)}{\partial u}\right|_{w=0}\times\left.\frac{\partial P_2(u,w)}{\partial w}\right|_{w=0}\tag{12}$$

对一切$0\leqslant u\leqslant 1$均成立。由于 $\left.\frac{\partial P_1(u,w)}{\partial u}\right|_{w=1}=\left.\frac{\partial P_2(u,w)}{\partial u}\right|_{w=0}$ 展开的结果正好是前面推导的保证C^0拼合的条件，所以欲使式（12）成立只需

$$\left.\frac{\partial P_1(u,w)}{\partial w}\right|_{w=1}=k\left.\frac{\partial P_2(u,w)}{\partial w}\right|_{w=0}, \tag{13}$$

展开式（13）并令$k=1$得

$$\begin{cases} V_{14}^{(1)}-V_{12}^{(1)}=V_{13}^{(2)}-V_{11}^{(2)}, \\ V_{24}^{(1)}-V_{22}^{(1)}=V_{23}^{(2)}-V_{21}^{(2)}, \\ V_{14}^{(1)}-V_{32}^{(1)}=V_{33}^{(2)}-V_{31}^{(2)}, \\ V_{44}^{(1)}-V_{42}^{(1)}=V_{43}^{(2)}-V_{41}^{(2)}, \end{cases} \tag{14}$$

推广到两张曲面S_1,S_2时有

$$V_{i,2}^{(2)}-V_{i,0}^{(2)}=V_{i,n_1+1}^{(1)}-V_{i,n_1-1}^{(1)} \tag{15}$$

当已知曲面S_1要求S_2与之C^1拼合时，第一重反算同C^0情况，第二重反算时$V_{i,2}^{(2)}-V_{i,0}^{(2)}=V_{i,n_1+1}^{(1)}-V_{i,n_1-1}^{(1)}\overset{令}{=}6VP_a$

$$V_{i,n_2+1}^{(2)}=2V_{i,n_2}^{(2)}-V_{i,n_2-1}^{(2)} \tag{16}$$

即方程变为

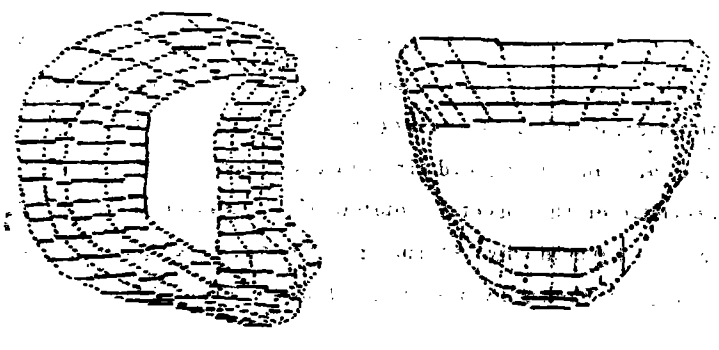
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & 1 & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_{i,0}^{(2)} \\ V_{i,1}^{(2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{i,n_2-1}^{(2)} \\ V_{i,n_2}^{(2)} \end{pmatrix}=6\begin{pmatrix} VP_a \\ VP_{i,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ VP_{i,n_2-1} \\ VP_{i,n_2} \end{pmatrix},$$

解此方程组及式（16）即可求得全部控制顶点$V_{i,j}^{(2)}$。

从上面面曲反求与拼合方程导出过程中，方程很有规律，可用一个程序来实现。

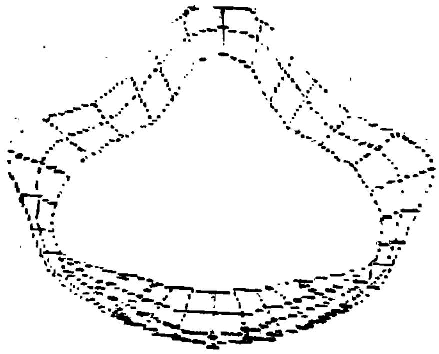
2　面具造型设计

我们经过多次实验，对面具石膏模型进行了适当的分块，数据采集，面具面罩密合框相对比较光滑，只用一张曲面来构造。面具口罩芯模包含密接面、呼吸面，下巴曲面和鼻部曲面，其中最重要的为密接面，密接面分五块，块间C^1连续，各大面间据实际要求保证C^0或C^1连续、具体划分及数据见文献[3]。其三维透视图见图2，3。



（a）$\alpha=0^\circ$　$\beta=0^\circ$　$\gamma=45^\circ$　　（b）$\alpha=0^\circ$　$\beta=30^\circ$　$\gamma=0^\circ$

图2　面罩密合框透视图



$\tau=0°, \beta=30°, \gamma=0°$
图 3 口罩密接面透视图

本文所有计算和绘图程序都采用Turbo C(1.5版)编制，可在 IBM PC/XT类机上运行。

参 考 文 献

[1] Brain, A. B. and Donald, P. G., Determing a Set of B-spline Cntrot Vertices to Generate an Interpalating, *Couputar Graphics and Image Procesing*, 12 (1980).

[2] 何 迅等，构造B-*Spline*自由曲面的方法兼论B-*Spline*曲面与*Coons*曲面及*Bezier*曲面的关 系，工程图学，4 (1983).

[3] Robert, . E. B. and Richard, F. R., Computer Aided Geometric Design, Acadmicr Press New York, (1974), 120.

[4] Robert, E. B. and Wolbang, B. , *Surfacesin Computer Aidectric Design*, North-Holland Publishing Company New York, (1983), 83.

Application of B-Spline Curved Surface to the Modelling of Gas Mask

Lai Changfa Chen Yanlan

(*Department of precion Mechanisical Engineering*)

Abstract For applying B-spline curved surface to the modelling of gas mask, this paper chooses the uniform bicubic B-spline curved surface as mathematical model and centres on the inverse computation of B-spline control vertices and the joggle of curved surfaces. The surfaces of mouth mask and airtight frame are differentiated suitably based on the characteristic of the inverse computational method so derived. Guantifying model of gas mask is formed by sampling the network points. A fairly satisfactory result ensues, as shown by its three-dimensional perspective view on CRT.

Key Words Computer aided design, gas mask, B-spline surface, modelling design